Semana N°29

Curso		Fecha
1° Medio A-B-C		Semana Lunes 2 al viernes 6 de noviembre
Objetivo de Aprendizaje	**Contenido**	**Habilidades**
OA4 (nivel 1 de priorización) Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2x2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.	Sistemas de ecuaciones	Resolver Problemas-Argumentar y Comunicar-Modelar-Representar .

Si tienes alguna duda, no entiendes algo, o el resultado no coincide con el del solucionario, contáctanos por correo, indicando tu nombre y curso.
Si eres estudiante del 1° Medio A, al profesor Mauricio Osorio:
mosorio@sanfernandocollege.cl,
Si eres estudiante del 1° Medio B o 1° Medio C, a la profesora Pamela Donoso:
pdonoso@sanfernandocollege.cl

SISTEMAS DE ECUACIONES

I. Ecuaciones con dos o más incógnitas:

Este tema se trata de estudiar las relaciones en las que intervienen dos o más incognitas.
Ejemplos de estas relaciones son las siguientes en las que junto al enunciado de la relación está escrita la ecuación:

1) El perímetro de un rectángulo es 26	2x+2y=26
2) El producto de dos números es 24	xy=24
3) La suma de las edades de tres hermanos es 43	x+y+z=43

Observa que una ecuación con dos o más incógnitas tiene **muchas soluciones**.
Para determinar dos o tres valores , según el número de incógnitas se necesitan tantas ecuaciones como incógnitas hay. Se tiene así un conjunto de dos o más ecuaciones .

II. Sistema de ecuaciones lineales

Un **sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas** está formado por ecuaciones del tipo:

$$\left.\begin{array}{r} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array}\right|$$

Donde los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes son números reales.

Una solución del sistema es un par de números x_1 , y_1 , tales que reemplazando x por x_1 e y por y_1 se satisfacen ambas ecuaciones .

Ejemplo: Hallar dos números tales que su suma sea 5 y su diferencia sea 1.
Las ecuaciones que representan esta situación y que forman el sistema son:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{array}\right|$$

La solución del sistema, es decir, el par de números que satisface a la vez las dos ecuaciones, es x=3 e y=2.

Resolver un sistema de ecuaciones es hallar todas sus soluciones.

Los sistemas que tienen solución se llaman **compatibles**.

- Si la solución es **única** es sistema es **compatible determinado.**
- Si hay **infinitas** soluciones el sistema es **compatible indeterminado**

Los sistemas que carecen de solución se llaman **incompatibles**

Existen diversas maneras de resolver un sistema de ecuaciones y considerando que cualquier ecuación de la forma $ax + by = c$ representa una recta, un sistema de ecuaciones se puede resolver geométrica y algebraicamente.

Para resolver geométricamente un sistema de ecuaciones se grafican ambas rectas y luego se leen las coordenadas del punto de intersección (si tiene solución única)

Para resolver algebraicamente un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas es necesario obtener de las dos ecuaciones dadas una sola ecuación con una incógnita. Para ello existe el método de igualación, sustitución y de reducción.

En esta guía estudiaremos el método de igualación y de sustitución

III. Método de igualación: consiste en despejar en ambas ecuaciones la misma incógnita para poder igualar las expresiones, obteniendo así una ecuación con una sola incógnita.

Resolver el sistema

$$\begin{array}{r|} 7x + 4y = 13 \\ 5x - 2y = 19 \\ \hline \end{array}$$

Despejamos una de las incógnitas, por ejemplo, x, en ambas ecuaciones:

Despejando x en la primera ecuación , obtenemos $x = \frac{13-4y}{7}$

Despejando x en la segunda ecuación , obtenemos $x = \frac{19+2y}{5}$

Ahora se igualan entre sí los dos valores de x que hemos obtenido:

$$\frac{13-4y}{7} = \frac{19+2y}{5}$$

Y ya tenemos **una** sola ecuación con **una** incógnita, hemos eliminado la x. Resolviendo esta ecuación :

$$5(13 - 4y) = 7(19 + 2y)$$

$$65 - 20y = 133 + 14y$$

$$-20y - 14y = 133 - 65$$

$$-34y = 68$$

$$y = -2$$

Sustituyendo este valor de **y** en cualquiera de las ecuaciones dadas, por ejemplo, en la primera (generalmente se sustituye en la más sencilla), se tiene:

$$7x + 4(-2) = 13$$

$$7x - 8 = 13$$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

Respuesta: Los valores de x e y que satisfacen ambas ecuaciones son $x = 3$, $y = -2$

Para verificar, se sustituye $x = 3$, $y = -2$ en las dos ecuaciones dadas, ambas se convierten en identidad.

Ejercicios: Resolver por el método de igualación:

1. $\left.\begin{matrix} x + 6y = 27 \\ 7x - 3y = 9 \end{matrix}\right\}$	4. $\left.\begin{matrix} 7x - 4y = 5 \\ 9x + 8y = 13 \end{matrix}\right\}$	7. $\left.\begin{matrix} 15x - 11y = -87 \\ -12x - 5y = -27 \end{matrix}\right\}$
2. $\left.\begin{matrix} 3x - 2y = -2 \\ 5x + 8y = -60 \end{matrix}\right\}$	5. $\left.\begin{matrix} 9x + 16y = 7 \\ 4y - 3x = 0 \end{matrix}\right\}$	8. $\left.\begin{matrix} 7x + 9y = 42 \\ 12x + 10y = -4 \end{matrix}\right\}$
3. $\left.\begin{matrix} 3x + 5y = 7 \\ 2x - y = -4 \end{matrix}\right\}$	6. $\left.\begin{matrix} 14x - 11y = -29 \\ 13y - 8x = 30 \end{matrix}\right\}$	9. $\left.\begin{matrix} 6x - 18y = -85 \\ 24x - 5y = -5 \end{matrix}\right\}$

Soluciones:

1. x=3, y=4	2. x=-4, y=-5	3. x=-1, y=2
4. x=1, y=1/2	5. x=1/3, y=1/4	6. x=-1/2, y=2
7. x=-2/3, y=7	8. x=-12, y=14	9. x=5/6, y=5

IV. **Método de sustitución:** consiste en despejar o aislar una de las incógnitas y sustituir su expresión en la otra ecuación. De este modo, obtendremos una ecuación de primer grado con la otra incógnita. Una vez resuelta, calculamos el valor de la otra incógnita sustituyendo el valor que ya conocemos.

Resolver el sistema

$$\begin{matrix} 2x + 5y = -24 \\ 8x - 3y = 19 \end{matrix}$$

Despejamos una de las incógnitas, por ejemplo x, en una de las ecuaciones. Vamos a despejarla en la primera ecuación, obtenemos:

$$x = \frac{-24 - 5y}{2}$$

Este valor de x se sustituye en la otra ecuación , es decir , en la segunda ecuación:

$$8(\frac{-24 - 5y}{2}) - 3y = 19$$

Y ya tenemos **una** ecuación con **una** incógnita, hemos eliminado la x. Resolviendo esta ecuación :

$$8(\frac{-24 - 5y}{2}) - 3y = 19$$

$$4(-24 - 5y) - 3y = 19$$

$$-96 - 20y - 3y = 19$$

$$-20y - 3y = 19 + 96$$

$$-23y = 115$$

$$y = -5$$

Sustituyendo este valor de **y** en cualquiera de las ecuaciones dadas, por ejemplo en la primera, se tiene:

$$2x + 5(-5) = -24$$

$$2x - 25 = -24$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Respuesta: Los valores de x e y que satisfacen ambas ecuaciones son $x = \frac{1}{2}, y = -5$

Para verificar, se sustituye $x = \frac{1}{2}, y = -5$ en las dos ecuaciones dadas, ambas se convierten en identidad.

Ejercicios: Resolver por el método de sustitución:

1. $\left.\begin{array}{r} x + 3y = 6 \\ 5x - 2y = 13 \end{array}\right\}$	4. $\left.\begin{array}{r} x - 5y = 8 \\ -7x + 8y = 25 \end{array}\right\}$	7. $\left.\begin{array}{r} 4x + 5y = 5 \\ -10y - 4x = -7 \end{array}\right\}$
2. $\left.\begin{array}{r} 5x + 7y = -1 \\ -3x + 4y = -24 \end{array}\right\}$	5. $\left.\begin{array}{r} 15x + 11y = 32 \\ 7y - 9x = 8 \end{array}\right\}$	8. $\left.\begin{array}{r} 32x - 25y = 13 \\ 16x + 15y = 1 \end{array}\right\}$
3. $\left.\begin{array}{r} 4y + 3x = 8 \\ 8x - 9y = -77 \end{array}\right\}$	6. $\left.\begin{array}{r} 10x + 18y = -11 \\ 16x - 9y = -5 \end{array}\right\}$	9. $\left.\begin{array}{r} -13y + 11x = -163 \\ -8x + 7y = 94 \end{array}\right\}$

Soluciones:

1. x=3, y=1	2. x=4, y=-3	3. x=-4, y=5
4. x=-7, y=-3	5. x=2/3, y=2	6. x=-1/2, y=-1/3
7. x=3/4, y=2/5	8. x=1/4, y=-1/5	9. x=-3, y=10