San Fernando College
Departamento de Matemática.
Profesora: Gloria González Tejos

Cuarto Plan Común Guía 29

Titulo: Azar		
Nombre:	**Fecha** : 2 de Octubre	
Contenidos	**Objetivo de Aprendizaje**	**Habilidades**
Elementos de Combinatoria Variaciones y Combinaciones	*Asociar el concepto de probabilidad experimental para comprender el concepto de variable aleatoria finita*	*Analizar- Resolver- Cuantificar*

La **teoría de la combinatoria** intenta resolver problemas donde se debe cuantificar diferentes agrupaciones que se pueden formar a partir de un conjunto de elementos dado. Para ello, existen métodos que permiten mecanizar tales cálculos. Recuerda si tienes dudas comunicarte al correo ggonzalez@sanfernandocollege.cl o al grupo de Whatsapp de tu curso

Principio Fundamental del conteo

- Principio Multiplicativo
  Supongamos que un suceso puede ocurrir de **m** maneras y otro suceso de **n** maneras, entonces ambos sucesos pueden ocurrir de $\boldsymbol{m \cdot n}$ maneras.
- Principio Aditivo
  Supongamos que un suceso puede ocurrir de **m** maneras y otro suceso de **n** maneras, entonces hay **m + n** maneras en que pueda ocurrir sólo uno de ellos

  El principio aditivo generalmente se combina con el multiplicativo.

  Ejemplo
  ¿De cuántas maneras puedo elegir 2 fichas de colores diferentes si cuento con 3 fichas rojas, 4 azules y 7 amarillas?

  Las fichas pueden ser: roja- azul ; roja- amarilla y azul amarilla.
  Aplicamos principio multiplicativo

  1 roja y 1 azul se pueden escoger de $3 \cdot 4 = 12\ maneras\ distintas$
  1 roja y 1 amarilla de $3 \cdot 7 = 21\ maneras\ distintas$
  1 azul y 1 amarilla de $4 \cdot 7 = 28\ maneras\ distintas$

  En total aplicando el Principio Aditivo puedo escoger 2 fichas de colores diferentes de $12 + 21 + 28 = 61 maneras$

- Factorial de un número
  Dado un número natural **n**, se denominará **n-factorial**, al producto de los primeros **n** naturales consecutivos. Y se representa por **n!**
  Es decir,
  $$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$$
  Obs. 0! = 1
  1! = 1

- Permutaciones lineales
  Se denomina **permutación lineal** de **n** elementos $(\boldsymbol{P_n})$, a cada una de las ordenaciones diferentes que se pueden realizar utilizando todos los elementos. El número total de permutaciones que se pueden obtener a partir de **n** elementos, **sin repetición**, corresponde a **n!** , es decir

  $\boldsymbol{P_n = n!}$
  Ejemplo ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de la palabra LÁPIZ?
  $\boldsymbol{P_n = 5! = 120}$

Con las letras de la palabra lápiz se pueden formar 120 palabras

- Permutación circulares

Son permutaciones en las cuales una primera y una última posición, por lo tanto

$P_c = (n-1)!$

Ejemplo Ordenar a 5 personas en una mesa redonda

$P_c = (5-1)! = 4! = 24$
Hay 24 formas distintas de ordenar 5 personas en una mesa redonda

- Permutaciones con repetición

El número de **permutaciones** de **n** elementos, cuando hay **elementos repetidos**, se determina a través de:

$$\mathbf{P_r^n} = \frac{\mathbf{n}!}{\mathbf{a}! \cdot \mathbf{b}! \cdot \ldots \cdot \mathbf{r}!}$$

Donde a , b , …, r son la cantidad de veces que se repite cada elemento repetido

Ejemplo
Cuántas palabras se pueden formar con las letras de la palabra CELULAR

$$P_2^7 = \frac{7!}{2!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2!} = simplifica = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2520$$

Se pueden formar 2520 palabras

Variaciones y Combinaciones

A diferencia de las permutaciones, en las **variaciones** se ordenan **r** elementos de un total de **n**. Una variación puede ser con o sin repetición

- Variaciones sin repetición

Se denominan variaciones sin repetición a cada una de las posibles ordenaciones de **r** elementos que se pueden obtener sin repetir ningún elemento. El número total de ordenaciones está dado por :

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}\ , con\ n \in \mathbb{N}\ y\ r \in \mathbb{N}$$

Ejemplo:
Si en un estacionamiento hay sólo tres lugares disponibles, y 10 autos que se quieren estacionar, la cantidad de ordenaciones diferentes que se pueden realizar es 720, ya que

$$V_3^{10} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{7!} = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720$$

- Variaciones con repetición

Se denominan variaciones con repetición a cada una de las posibles ordenaciones de **r** elementos que se pueden obtener, en las cuales se puede repetir uno o más de ellos. El número total de ordenaciones está dado por:

$V\ R_r^n = n^r$

Ejemplo

Una urna tiene 5 bolitas enumeradas del 1 al 5. Se extraen 3 bolitas, registrando el número de la bolita y devolviéndola a la urna. El número total de resultados que se pueden obtener es 125, ya que
$V\,R_3^5 = 5^3 = 125$ (se puede realizar con un diagrama de árbol)

- Combinación

Las combinaciones se obtienen al seleccionar de un conjunto de **n** elementos grupos de **r**, de manera que cada grupo sea diferente a los demás, solo si contiene al menos un elemento distinto, sea cual sea su orden de colocación en el grupo. Una combinación puede ser sin o con repetición.

- Combinaciones sin repetición

Dado un conjunto de **n** elementos, se denominan combinaciones sin repetición a cada una de las posibles combinaciones de **r** elementos que se pueden obtener sin repetir ningún elemento. El total de combinaciones que se pueden formar con **r** elementos de un total de **n** elementos está dado por:

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

Ejemplo:

Si de un grupo de 5 personas se quieren seleccionar 3, el número total de combinaciones que pueden obtenerse es 10, ya que

$$C_3^5 = \binom{5}{3} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{2! \cdot 3!} = 10$$

- Combinaciones con repetición

Se denominan combinaciones con repetición a cada una de las posibles combinaciones de **r** elementos que se pueden obtener cuando se admiten repeticiones de ellos. El total de combinaciones con repetición que se pueden formar con **r** elementos de un total de **n** elementos, está dado por

$$CR_r^n = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{(n-1)! \cdot r!}, \qquad con\ \boldsymbol{n} \geq \boldsymbol{r}, \qquad \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{r} \in \mathbb{N}$$

Ejemplo
En una pastelería hay cinco tipos de pasteles diferentes. Si se eligen 4 pasteles, las combinaciones posibles son 70, ya que

$$CR_4^5 = \binom{5+4-1}{4} = \frac{(5+4-1)!}{(5-1)! \cdot 4!} = \frac{8!}{4!4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 70$$

TENER PRESENTE al resolver un problema de combinatoria

- Si en una agrupación sólo figuran **algunos** de los elementos disponibles e **importa el orden** de estos, entonces es un problema de **variación**
- Si en las agrupaciones figuran **todos** los elementos disponibles e **importa el orden**, entonces es un problema de **permutación.**
- Si en cada agrupación figuran **solo algunos** de los elementos disponibles y **no importa el orden** de estos, entonces corresponde a un problema de combinaciones.

Debes ejercitar en el Capítulo 24 de tu texto de preparación