Guía N° 29
Técnicas de Conteo

Nombre		
Curso	**Fecha**	
2° Medio A-B-C	Semana Lunes 2 – Viernes 6 de Noviembre	
Contenidos	**Objetivo de Aprendizaje**	**Habilidades**
Técnicas de Conteo	Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas.	Comprender - Aplicar – Calcular

Nota: Esta guía contiene material y contenidos nuevos, cualquier consulta por favor realizarla a tu profesor de asignatura:
Si eres estudiante del 2° Medio A o C, al profesor Mauricio Osorio: mosorio@sanfernandocollege.cl,
Si eres estudiante del 2° Medio B, a la profesora Gloria González: ggonzalez@sanfernandocollege.cl

"La educación es el arma más poderosa que puedes usar para cambiar el mundo"

Nelson Mandela

Técnicas de Conteo

Damos inicio al Unidad de Probabilidades y Estadística con las técnicas de conteo. Las técnicas de conteo son una serie de métodos de probabilidad para contar el número posible de arreglos dentro de un conjunto o varios conjuntos de objetos. Estas se usan cuando realizar las cuentas de forma manual se convierte en algo complicado debido a la gran cantidad de objetos y/o variables.
En esta guía estudiaremos el Principio Multiplicativo y el Principio Aditivo, además del concepto de Factorial de un número Natural.

Principio Multiplicativo
Es una técnica que se utiliza para resolver problemas de conteo donde se quiere encontrar la solución sin que sea necesario enumerar los elementos involucrados en la situación. Es conocido también como el principio fundamental del análisis combinatorio y se basa en la multiplicación sucesiva para determinar la forma en la que puede ocurrir un evento.
Este principio establece que, si una decisión d_1 puede ser tomada de n maneras y otra decisión d_2 puede tomarse de m maneras, el número total de maneras en las que pueden ser tomadas las decisiones d_1 y d_2 equivale a multiplicar $n \cdot m$. Según este principio, cada decisión se realiza una tras otra, por lo tanto, son independientes entre sí. No siempre deben ser decisiones, el principio multiplicativo sirve también para determinar el espacio muestral de un evento compuesto, como por ejemplo la cantidad de resultados distintos al lanzar dos dados, que en ese caso sería $6 \cdot 6 = 36$, o lanzar un dado y una moneda, que en ese caso sería $6 \cdot 2 = 12$, que ya moneda solo tiene dos opciones. Analicemos el siguiente ejemplo para comprender de mejor forma el principio multiplicativo.

Ejemplo:
Daniela debe presentarse a dar su examen de grado. La formalidad es muy importante entonces separa su ropa para elegir la mejor combinación. Tiene para escoger entre 5 blusas y 6 faldas, ¿De cuántas formas distintas puede ir vestida Daniela?
Solución:
En este caso Daniela debe tomar dos decisiones:
d_1: escoger entre 5 blusas = n
d_2: escoger entre 6 faldas = m
Por lo tanto, Daniela tiene $n \cdot m = 5 \cdot 6 = 30$ formas distintas de vestirse.

Para ver este y un par de ejemplos más del Principio Multiplicativo puedes entrar al siguiente Link:
https://youtu.be/rFpH98mpkZw

Principio Aditivo

El principio aditivo es una técnica de conteo que permite calcular de cuántas maneras distintas se puede realizar una actividad que, a su vez, tiene varias alternativas para ser realizada, de las cuales se puede elegir solo una a la vez.

Este principio establece que si una actividad se puede llevar a cabo de m formas distintas o n formas distintas entonces el total de opciones para llevar a cabo la actividad viene dado por $m+n$. El principio aditivo debe usarse cuando la actividad en cuestión debe llevarse a cabo de una u otra forma, pero no simultáneamente. Lo mismo aplica para tomar una decisión que implica elegir entre una u otra opción, pero no ambas a la vez.

Analicemos el siguiente ejemplo para comprender de mejor forma el principio aditivo.

Ejemplo:

Deseo comprar un libro, solo uno, y voy a una librería que tiene libros de arquitectura, matemática y deporte, de los cuales posee 150 tipos diferentes de libros de arquitectura, 200 de matemática y 50 de deporte, ¿Cuántas opciones tengo para elegir un libro?

Solución:

En este caso debo tomar una decisión, elegir un libro entre:

150 libros de arquitectura = n, 200 libros de matemática = m, 50 libros de deporte = p

Por lo tanto, tengo $n+m+p$ = $150+200+50=400$ libros para elegir.

Para ver este y un par de ejemplos más del Principio Aditivo puedes entrar al siguiente Link:

https://youtu.be/k9c5-Aikl9E

Factorial

El factorial de un entero positivo n, el factorial de n o n factorial se define en principio como el producto de todos los números enteros positivos desde n hasta 1. Se escribe $\boldsymbol{n}!$ Y se lee n factorial.

Por ejemplo:

$4! = 4\cdot3\cdot2\cdot1 = 24$ $\quad$ $6! = 6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 720$ $\quad$ $3! = 3\cdot2\cdot1 = 6$

La operación de factorial aparece en muchas áreas de las matemáticas, particularmente en combinatoria y análisis matemático. De manera fundamental el factorial de n representa el número de formas distintas de ordenar n objetos distintos (elementos sin repetición). De acuerdo con la convención matemática de producto vacío, el valor de 0 factorial debe definirse como: 0! =1.

Veamos un par equivalencias de los factoriales.

1. $n! = n\cdot(n-1)!$ $\quad$ 2. $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

Analicemos el siguiente ejemplo para comprender de mejor forma cómo aplicar el factorial como técnica de conteo.

Ejemplo:

Se desean ordenar en un estante tres libros, ¿De cuántas formas se pueden poner los libros en el estante?

Solución:

En este caso debemos ordenar 3 objetos distintos sin repetición por lo tantos vamos a calcular el factorial de 3.

$3! = 3\cdot2\cdot1 = 6$. Por lo tanto, los tres libros se pueden ordenar de 6 formas distintas.

Para ver este y un par de ejemplos más de aplicación del Factorial como técnica de conteo puedes entrar al siguiente Link:

https://youtu.be/8iIH-l8hHL0

Ejercicios

1. Analiza la información de la siguiente situación. Luego, responde las preguntas. En una reserva natural hay siete ejemplares de lechuza, tres de cóndor y cinco de águila.

a) Si se quiere elegir un ejemplar de las aves, ¿de cuantas maneras se puede seleccionar?

b) ¿De cuantas formas posibles se pueden seleccionar tres aves, una de cada especie?

2. Un estudiante, que debe llevar algunos materiales para la clase de Arte, tiene que decidir entre cuatro colores de pinturas acrílicas y otros seis colores de acuarelas.

a) ¿Cuántas opciones tiene si debe escoger un solo color?

b) ¿De cuántas formas posibles se pueden seleccionar dos colores, uno de cada tipo?

3. Un pintor debe escoger dos colores diferentes de pintura para una pared de oficina. Si dispone de cinco colores: amarillo claro, verde limón, celeste, rosado y blanco.

a) ¿de cuántas formas distintas puede pintar la pared?

b) ¿de cuántas formas distintas puede pintar la pared si uno de los colores debe ser blanco?

4. Las contraseñas numéricas de los casilleros donde los profesores guardan sus guías y pruebas constan de 4 cifras. Todas ellas pueden ser números del 0 al 9. (0-1-2-3-4-5-6-7-8-9).

a) ¿Cuántas contraseñas distintas se pueden elaborar si se pueden repetir todas las cifras y se quiere que al menos dos de ellas sean un 2?

b) ¿Cuántas contraseñas distintas se pueden elaborar si se pueden repetir todas las cifras y se quiere que comiencen con un 5 y terminen con un 0?

c) ¿Cuántas contraseñas distintas se pueden elaborar si no se pueden repetir las cifras ni utilizar cifras mayores que 7?

d) ¿Cuántas contraseñas distintas se pueden elaborar si se pueden repetir todas las cifras?

e) ¿Cuántas contraseñas distintas se pueden elaborar si no se pueden repetir ninguna cifra?

5. Juan quiere forrar su cuaderno de Matemática, si elige forros rojos podrá comprar los que tienen rombos o los que tienen cuadritos en su diseño, si elige forros azules podrá comprar los que tienen pequeños círculos, los que tienen líneas o los que tienen cruces y si elige los forros verdes solo tiene la opción de comprar los que no tienen diseño.

¿Cuántas opciones distintas tiene Juan para forrar su cuaderno de Matemática?

6. Deseo viajar de San Fernando a Viña del Mar. La Línea de Buses A tiene 5 salidas diarias, una a las 8 am, una a las 10am, una a las 12 pm, una a las 4pm y una a las 6pm. La Línea de Buses B tiene 3 salidas diarias, una a las 8am, una a las 1pm y otra a las 6pm. Por último, la Línea de Buses C tiene 10 salidas diarias, cada una hora desde las 7am.

a) ¿Cuántas opciones distintas tengo para viajar?

b) ¿Cuántos horarios distintos tengo para viajar?

7. En un colegio se ofrecen 3 talleres de arte y 5 talleres deportivos. Si un estudiante debe escoger un taller de cada tipo,

¿cuántas combinaciones distintas tiene para elegir sus dos talleres?

8. ¿De cuántas formas se puede vestir una persona que tiene 5 pantalones y 7 camisas?

9. Un establecimiento decide enviar a un par de estudiantes a una conferencia de líderes juveniles, para lo cual se ha decidido seleccionar algunos presidentes de curso. Si en el grupo de los presidentes hay 3 hombres y 5 mujeres.

a) ¿De cuantas formas distintas se pueden seleccionar dos estudiantes?

b) ¿De cuantas formas distintas se pueden seleccionar las parejas si necesariamente deben ser un hombre y una mujer?

10. Dos tiendas tienen distintas cantidades de ofertas: la primera tiene seis tipos de ofertas y la segunda, solo tres.

a) Si una persona escogerá una oferta de cada tienda, ¿cuántas combinaciones puede hacer?

b) ¿Entre cuántas ofertas puede elegir una persona?

11. Un país quiere modificar el formato de las patentes vehiculares debido al incremento de vehículos en las ciudades. Para ello, cuentan con dos propuestas: la primera es utilizar tres letras sin repetición y dos dígitos con repetición; la segunda consiste en usar tres letras con repetición y dos dígitos sin repetición. (Considera 26 letras y 10 dígitos)

¿Cuál de las dos propuestas recomendarías tú?

12. Mariano quiso, después de mucho tiempo, ingresar a su perfil de Facebook, pero no recuerda con exactitud su clave, no obstante, tiene claro que esta se componía de 4 dígitos diferentes.

¿Entre cuántas combinaciones numéricas deberá escoger Mariano para ingresar a su perfil de Facebook?

13. Una fábrica de trenes ensambla partes de acuerdo con las necesidades de cada empresa que los contrata. Si dispone de 8 lotes de vagones para pasajeros, 6 lotes de vagones para carga y 4 locomotoras,

¿Cuántas combinaciones pueden ensamblar un tren que debe tener un lote de cada tipo y una cabina?

14. ¿De cuántas formas se puede cruzar un río una vez, si se cuenta con 1 bote y 2 barcos?

15. ¿Cuántos resultados se pueden obtener si se lanzan tres dados?

16. ¿Cuántos números del 1 al 1000, no contienen la cifra 4?

17. ¿De cuántas formas puedo ordenar 5 botellas en un mueble?

18. ¿De cuántas formas se pueden organizar 6 pares de zapatillas en un clóset?

19. ¿De cuántas formas se pueden ordenar 3 llaves en un llavero?

20. Calcule: $\frac{6!}{4!} - \frac{5!}{4!}$

21. Calcule: $\frac{4!}{2!}$

22. Calcule: $\frac{5!}{3!} + \frac{4!}{3!}$

Solucionario

1. a) $7 + 3 + 5 = 15$ b) $7 \cdot 3 \cdot 5 = 105$ **2.** a) $4 + 6 = 10$ b) $4 \cdot 6 = 24$ **3.** a) $5 \cdot 4 = 20$ b) $1 \cdot 4 = 4$ **4.** a) $1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10 = 100$ b) $1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1 = 100$ c) $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$ d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000$ e) $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5.040$ **5.** $2 + 3 + 1 = 6$ **6.** a) $5 + 3 + 10 = 18$ b) 11 **7.** $3 \cdot 5 = 15$ **8.** $5 \cdot 7 = 35$ **9.** a) $8 \cdot 7 = 56$ b) $3 \cdot 5 = 15$ **10.** a) $6 \cdot 3 = 18$ b) $6 + 3 = 9$	**11.** 1° opción: $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 10 \cdot 10 = 1.560.000$ 2° opción: $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 9 = 1.581.840$ Por lo tanto, se recomienda la 2° opción. **12.** $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5.040$ **13.** $8 \cdot 6 \cdot 4 = 192$ **14.** $1 + 2 = 3$ **15.** $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ **16.** $1 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$ **17.** $5! = 120$ **18.** $6! = 720$ **19.** $3! = 6$ **20.** 25 **21.** 12 **22.** 24

¡Que tengan una muy buena semana!