San Fernando College TP
Asignatura: Matemática
Prof. Franco Cabezas Castro

$v_o B_o$ UTP

Guía VII: Geometría analítica en 2D

Segundo Semestre

Nombre:

Curso:

Fecha:

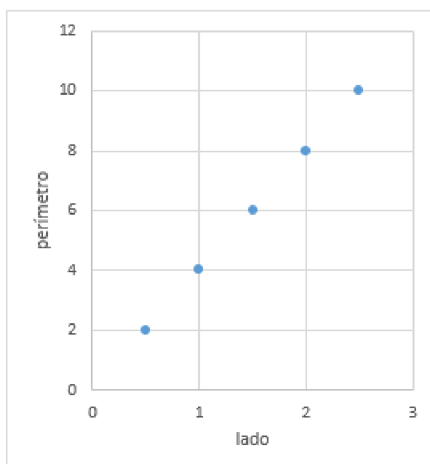
Objetivo: Comprender la ecuación de la recta principal y general

1. La ecuación de la recta

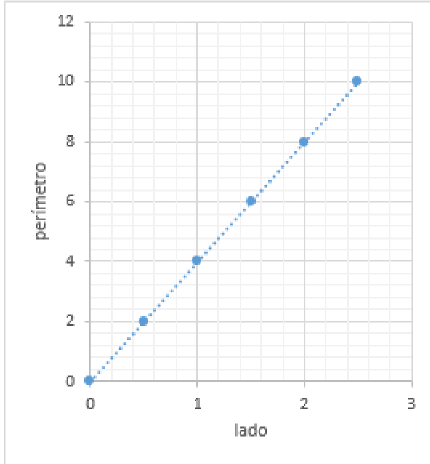
Si calculamos el perímetro de un cuadrado para distintos valores de su lado podemos establecer una relación algebraica entre la longitud del lado y el perímetro correspondiente.

Construyamos una tabla de valores y a partir de ella encontremos la representación gráfica de esta relación.

Lado	Perímetro
0,5	2
1	4
1,5	6
2	8
2,5	10



La loongitud del lado y el perímetro son variables continuas; por lo tanto, aunque en el gráficohemos representado sólo los puntos de la tabla, en él podemos incluir también cualquier otro punto del tipo, donde x es un número real positivo, el cual representa el lado de un cuadrado y $4x$ el perímetro respectivo. Obtenemos de esta forma una mejor representación de la relación existente:



Como usualmente designamos por y a la segunda componente de un par ordenado, entonces en el par $(x, 4x)$ tendremos $y = 4x$, que es la ecuación de la recta de la figura.

En general, cualquier recta, no vertical, que pase por el origen del sistema de coordenadas, tiene una ecuación del tipo:

$$y = mx$$

Donde m es un número real. En el ejemplo siguiente, dadas las ecuaciones queremos encontrar la gráfica correspondiente.

1.1. Ejemplos:

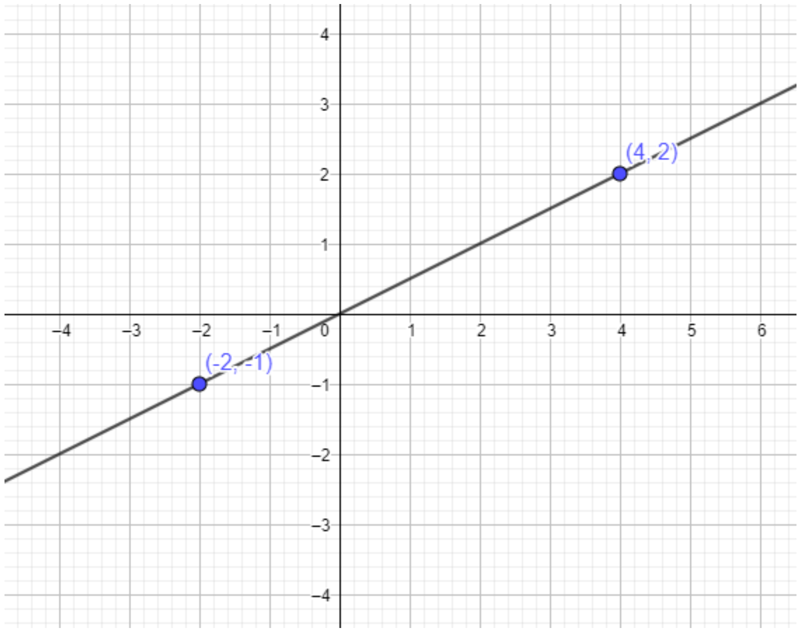
1. Grafique la recta de ecuación $y = \frac{1}{2}x$

   Como sabemos, bastan dos puntos para graficar una recta. Construyamos una tabla y encontremos, usando la ecuación, las coordenadas de dos puntos de la recta.

   En la tabla nos damos dos valores de la variable independiente x, para luego, reemplazando dicho valor en la ecuación, encontrar el valor correspondiente de la variable y.

x	$y = \frac{1}{2}x$	Punto
-2	$y = \frac{1}{2}(-2) = -1$	$(-2, -1)$
4	$y = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$	$(4,2)$

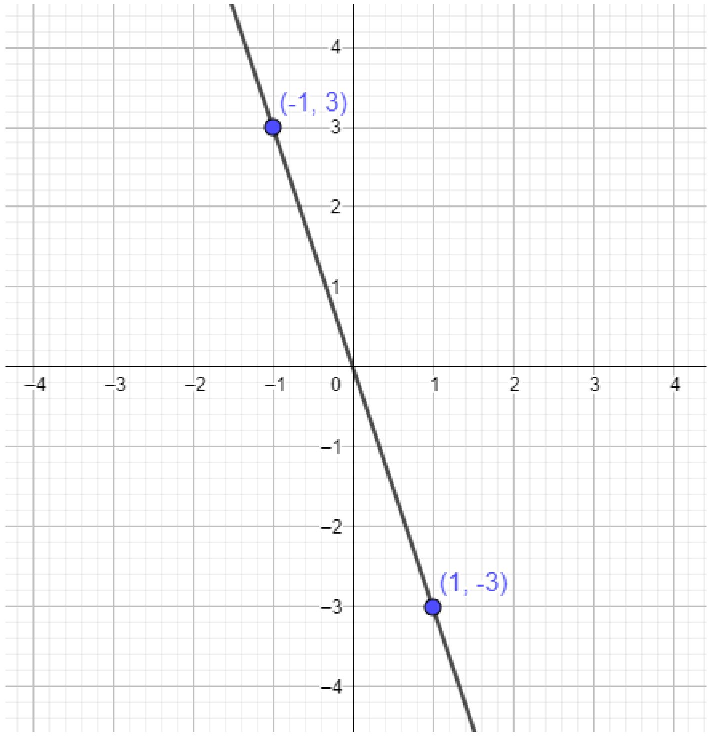
   Con los puntos encontrados podemos dibujar la recta que pasa por ellos:



2. Grafique la recta de ecuación $y = -3x$

   Esta recta pasa por el origen $(0, 0)$. Usando una tabla encontraremos otros dos puntos y graficaremos la recta que pasa por ellos:

x	y
-1	3
1	-3



Todas las ecuaciones de la forma $y = mx$, con $m \in$ R corresponden a una recta que pasa por el origen. El número real m se llama **pendiente de la recta** y es una medida de la inclinación de la recta respecto del eje X. Se define la pendiente como la razón de cambio en y (cambio vertical) respecto al cambio en x (cambio horizontal).

Dados dos puntos cualesquiera $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$, la pendiente m de la recta que pasa por ellos es:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

También podemos encontrarnos con rectas que no pasen por el origen. Estas tienen la forma $y = mx + n$, lo que corresponde a una recta de pendiente m y que intersecta al eje Y en el punto $(0, n)$. A n se le llama **coeficiente de posición**.

Tanto la forma $y = mx$ o $y = mx + n$ se las conoce como **ecuación principal de la recta**.

2. Ecuación general de la recta

Si dada la ecuación $y = -3x + 2$, transponemos los términos del segundo miembro, tendremos:

$$3x + y - 2 = 0$$

si hacemos lo mismo con $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$ se obtiene $\frac{2}{3}x + y - \frac{1}{2} = 0$. Si multiplicamos cada término por 6 (MCM entre 2 y 3) tendremos:

$$4x + 6y - 3 = 0$$

Este tipo de ecuación se conoce como la **Ecuación General de la Recta**

$$Ax + By + C = 0$$

A, B y C son números reales, con A y B no simultáneamente iguales a cero.

Si de la ecuación anterior despejamos la variable y, se obtiene:

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

Si la comparamos con la ecuación principal $y = mx + n$, tenemos que:

- La pendiente es $m = -\dfrac{A}{B}$
- El coeficiente de posición es $n = -\dfrac{C}{B}$

3. Otras formas de la ecuación de la recta

3.1. Dada la pendiente y un punto de la recta

Si se tiene la pendiente m de una recta y un punto $P(x_1, y_1)$ que pase por ella, podemos determinar la ecuación de la recta de la siguiente forma:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

3.2. Dados dos puntos de la recta

Por otro lado, si solo conocemos dos puntos que pasen por la recta, digamos $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$, podemos determinar la ecuación de la recta que pasa por estos de la siguiente forma:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$