San Fernando College
Asignatura: Matemática
Profesores: Gloria González Tejos - Mauricio Osorio Arenas

Guía N° 25
Razones Trigonométricas

Nombre		
Curso	**Fecha**	
2° Medio A-B-C	Semana Lunes 5 – Viernes 9 de Octubre	
Contenidos	**Objetivo de Aprendizaje**	**Habilidades**
Razones Trigonométricas	Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:	Comprender - Aplicar – Calcular

Nota: Esta guía contiene material y contenidos nuevos, cualquier consulta por favor realizarla a tu profesor de asignatura:
Si eres estudiante del 2° Medio A o C, al profesor Mauricio Osorio: mosorio@sanfernandocollege.cl,
Si eres estudiante del 2° Medio B, a la profesora Gloria González: ggonzalez@sanfernandocollege.cl

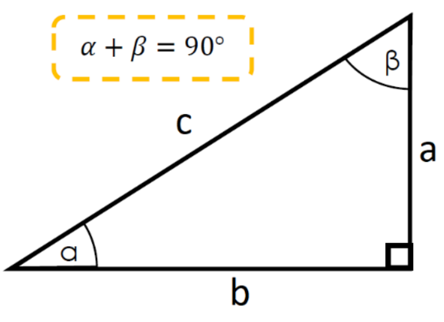
"La educación es el arma más poderosa que puedes usar para cambiar el mundo"

Nelson Mandela

Razones Trigonométricas en el Triángulo Rectángulo

Las razones trigonométricas nos permiten relacionar directamente los ángulos del triángulo rectángulo con los lados de este. En esta guía vamos a estudiar las razones trigonométricas seno, coseno y tangente y cómo aplicarlas en los triángulos rectángulos. Antes de comenzar vamos a hacer un breve recuerdo del triángulo rectángulo.

Triángulo rectángulo



El triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo interior recto (90°). Su lado mayor, siempre opuesto al ángulo recto, recibe el nombre de **hipotenusa**, y sus otros dos lados reciben el nombre de **catetos.** En la ilustración podemos ver que **a** y **b** son los catetos mientras que **c** es su hipotenusa. Si llamamos $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$ a los ángulos interiores agudos (menores que 90°) siempre se cumple que $\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}$ **= 90°.** Recordemos además el Teorema de Pitágoras respecto de los triángulos rectángulos: $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$**.**

Consideremos el triángulo anterior para definir las siguientes razones trigonométricas

<u>El seno de un ángulo</u> se define como la razón entre el cateto opuesto a dicho ángulo y la hipotenusa. Si en el caso del triángulo anterior nos referimos al ángulo α, el seno de α corresponde al cociente entre "a" cateto opuesto al ángulo α y "c" la hipotenusa del triángulo rectángulo. Abreviamos seno como "sen" o "sin".

$$\sin\alpha = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \alpha}{hipotenusa} \rightarrow \sin\alpha = \frac{a}{c}$$

Es importante considerar que cada ángulo tiene su cateto opuesto, en el caso del ángulo β tendríamos la siguiente razón para su seno:

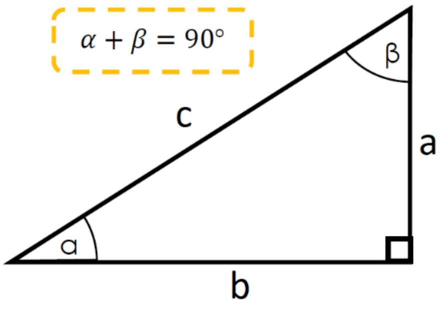
$$\sin\beta = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \beta}{hipotenusa} \rightarrow \sin\beta = \frac{b}{c}$$

El coseno de un ángulo se define como la razón entre el cateto adyacente a dicho ángulo y la hipotenusa. Si en el caso del triángulo anterior nos referimos al ángulo α, el coseno de α corresponde al cociente entre "b" cateto adyacente al ángulo α y "c" la hipotenusa del triángulo rectángulo. Abreviamos coseno como "cos".

$$\cos\alpha = \frac{cateto\ adyacente\ a\ \alpha}{hipotenusa} \rightarrow \cos\alpha = \frac{b}{c}$$

Es importante considerar que cada ángulo tiene su cateto adyacente, en el caso del ángulo β tendríamos la siguiente razón para su coseno:

$$\cos\beta = \frac{cateto\ adyacente\ a\ \beta}{hipotenusa} \rightarrow \cos\beta = \frac{a}{c}$$



La tangente de un ángulo se define como la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente a dicho ángulo. Si en el caso del triángulo anterior nos referimos al ángulo α, la tangente de α corresponde al cociente entre "a" cateto opuesto al ángulo α y "b" cateto adyacente al ángulo α. Abreviamos tangente como "tan".

$$\tan\alpha = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \alpha}{cateto\ adyacente\ a\ \alpha} \rightarrow \tan\alpha = \frac{a}{b}$$

Es importante considerar que los catetos opuestos y adyacentes dependen del ángulo que se esté considerando, entonces en el caso del ángulo β tendríamos la siguiente razón para su tangente:

$$\tan\beta = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \beta}{cateto\ adyacente\ a\ \beta} \rightarrow \tan\beta = \frac{b}{a}$$

En la siguiente tabla podrás ver el valor de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente de los llamados ángulos notables.

Para ver cómo determinar estas razones a partir de triángulos rectángulos de sencilla construcción puedes ingresar al siguiente link:

https://youtu.be/SMAadJHeZvc

α	30°	45°	60°
$sin(\alpha)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos(\alpha)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tan(\alpha)$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

I. Aplica el Teorema de Pitágoras y las Razones Trigonométricas estudiadas para resolver los siguientes ejercicios 1 y 2.

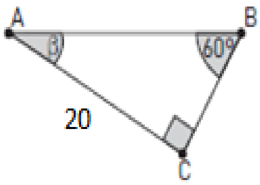
1 Completa las siguientes igualdades utilizando la información de la figura.

a.

AB = ______

BC= ______

β= ______

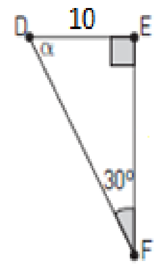


b.

EF = ______

DF = ______

α= ______

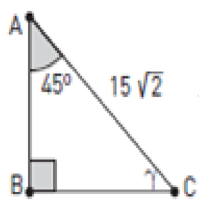


c.

AB = ______

BC = ______

γ = ______

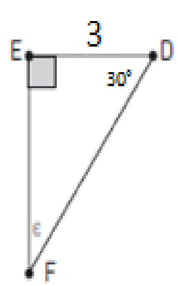


d.

DF = ______

EF = ______

ε = ______

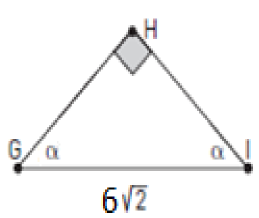


e.

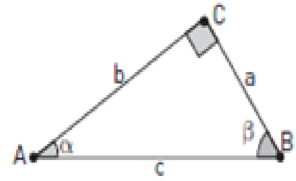
GH = ______

HI = ______

α = ______



2 Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos de cada triángulo rectángulo. Puedes ayudarte con la figura.



a. a = 3 m y b = 4 m.

R: ______________________________

b. a = 5 m y b = 12 m.

R: ______________________________

c. a = 8 m y b = 15 m.

R: ______________________________

d. a = 7 m y b = 24 m.

R: ______________________________

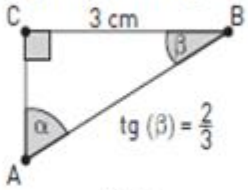
e. a = 20 m y b = 21 m.

R: ______________________________

Nota: Resolver un triángulo implica determinar las medidas sus 3 lados y sus 3 ángulos interiores.
Para ver ejemplos de cómo resolver triángulos como los anteriores pues ingresar al siguiente link:
https://youtu.be/3CRD2LrQSLc

II. Resuelve los siguientes ejercicios.

1 Determina si las afirmaciones son verdaderas o falsas con respecto al triángulo ABC.



a. ______ $\cos(\beta) = \sqrt{\frac{13}{3}}$

b. ______ $\operatorname{sen}(\alpha) = 3\sqrt{\frac{13}{3}}$

c. ______ $\operatorname{tg}(\alpha) = 1{,}5$

d. ______ $\operatorname{sen}(\beta) = \frac{2}{3}$

e. ______ El segmento CA mide 6 cm.

f. ______ La hipotenusa AB mide $\sqrt{13}$.

2 Con la ayuda de una calculadora, completa la siguiente tabla. Entrega tus resultados con dos dígitos decimales.

	17°	73°	24°	66°
seno				
coseno				

a. ¿Qué relación hay entre los ángulos de las columnas primera y segunda?, ¿y entre los ángulos de la tercera y la cuarta?

R: ______________________________

b. ¿Qué relación puedes observar entre el valor del seno de un ángulo y el de su complemento?, ¿y del coseno?

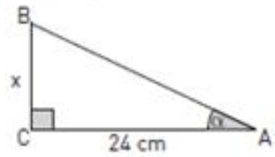
R: ______________________________

c. Generaliza tus resultados completando las siguientes igualdades.

$\cos(90 - \alpha) =$ ______ $\operatorname{sen}(90 - \alpha) =$ ______

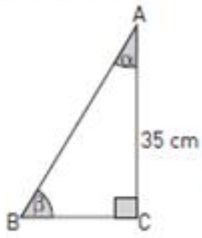
3 Calcula el valor pedido con la información dada en cada caso.

a. $\operatorname{sen} = 0{,}28$



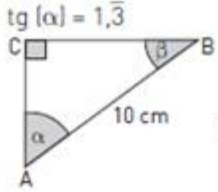
x = ____________

b. $\cos(\beta) = 0{,}\overline{324}$



$\operatorname{tg}(\alpha) =$ ____________

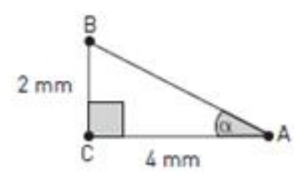
c. $\operatorname{tg}(\alpha) = 1{,}\overline{3}$



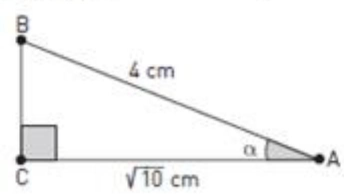
$\operatorname{sen}(\beta)$ ____________

4 En cada uno de los siguientes ejercicios encuentra el valor de sen (α) aproximado a tres dígitos decimales.

a. $\operatorname{sen}(\alpha) =$ ____________



b. $\operatorname{sen}(\alpha) =$ ____________



Solucionario Ítem I

1. a) AB = $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ BC = $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ β =30° b) EF = $10\sqrt{3}$ DF = 20 α = 60°

c) AB = 15 BC = 15 γ = 45° d) DF = $2\sqrt{3}$ EF = $\sqrt{3}$ ε = 60°

e) GH = 6 HI = 6 α = 45°

2. a) $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ $\tan\alpha = \frac{3}{4}$, $\sin\beta = \frac{4}{5}$ $\cos\beta = \frac{3}{5}$ $\tan\beta = \frac{4}{3}$

b) $\sin\alpha = \frac{5}{13}$ $\cos\alpha = \frac{12}{13}$ $\tan\alpha = \frac{5}{12}$, $\sin\beta = \frac{12}{13}$ $\cos\beta = \frac{5}{13}$ $\tan\beta = \frac{12}{5}$

c) $\sin\alpha = \frac{8}{17}$ $\cos\alpha = \frac{15}{17}$ $\tan\alpha = \frac{8}{15}$, $\sin\beta = \frac{15}{17}$ $\cos\beta = \frac{8}{17}$ $\tan\beta = \frac{15}{8}$

d) $\sin\alpha = \frac{7}{25}$ $\cos\alpha = \frac{24}{25}$ $\tan\alpha = \frac{7}{24}$, $\sin\beta = \frac{24}{25}$ $\cos\beta = \frac{7}{25}$ $\tan\beta = \frac{24}{7}$

e) $\sin\alpha = \frac{20}{29}$ $\cos\alpha = \frac{21}{29}$ $\tan\alpha = \frac{20}{21}$, $\sin\beta = \frac{21}{29}$ $\cos\beta = \frac{20}{29}$ $\tan\beta = \frac{21}{20}$

Solucionario Ítem II

1. a) F b) F c) V d) F e) F f) V

2.

	17°	73°	24°	66°
seno	0,29	0,96	0,41	0,91
coseno	0,96	0,29	0,91	0,41

a) $\sin 17° = \cos 73°$ y $\sin 73° = \cos 17°$
b) El seno de un ángulo es igual al coseno del complemento del ángulo.
c) $\cos(90-\alpha) = \sin\alpha$ y $\sin(90-\alpha) = \cos\alpha$

3. a) 85,71
b) 0,247
c) 0,6

4. a) 0,447
b) 0, 612

¡Que tengan una muy buena semana!