Guía N° 26
Razones Trigonométricas

Nombre		
Curso	**Fecha**	
2° Medio A-B-C	Semana Martes 13 – Viernes 16 de Octubre	
Contenidos	**Objetivo de Aprendizaje**	**Habilidades**
Razones Trigonométricas	Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:	Comprender - Aplicar – Calcular

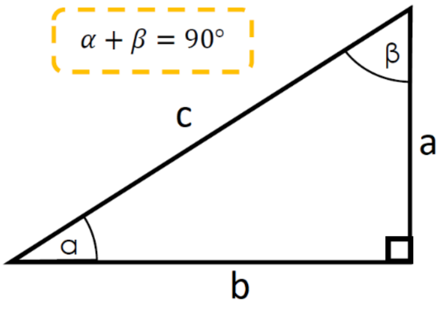
Nota: Esta guía contiene material y contenidos nuevos, cualquier consulta por favor realizarla a tu profesor de asignatura:
Si eres estudiante del 2° Medio A o C, al profesor Mauricio Osorio: mosorio@sanfernandocollege.cl,
Si eres estudiante del 2° Medio B, a la profesora Gloria González: ggonzalez@sanfernandocollege.cl

"La educación es el arma más poderosa que puedes usar para cambiar el mundo"

Nelson Mandela

Razones Trigonométricas - Resolución de Problemas

Recordemos que:



En todo triángulo rectángulo se cumple lo siguiente:

<u>El seno de un ángulo</u> se define como la razón entre el cateto opuesto a dicho ángulo y la hipotenusa. Si en el caso del triángulo anterior nos referimos al ángulo α, el seno de α corresponde al cociente entre "a" cateto opuesto al ángulo α y "c" la hipotenusa del triángulo rectángulo. Abreviamos seno como "sen" o "sin".

$$\boxed{\sin\alpha = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \alpha}{hipotenusa} \rightarrow \sin\alpha = \frac{a}{c}}$$

<u>El coseno de un ángulo</u> se define como la razón entre el cateto adyacente a dicho ángulo y la hipotenusa. Si en el caso del triángulo anterior nos referimos al ángulo α, el coseno de α corresponde al cociente entre "b" cateto adyacente al ángulo α y "c" la hipotenusa del triángulo rectángulo. Abreviamos coseno como "cos".

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{cateto\ adyacente\ a\ \alpha}{hipotenusa} \rightarrow \cos\alpha = \frac{b}{c}}$$

<u>La tangente de un ángulo</u> se define como la razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente a dicho ángulo. Si en el caso del triángulo anterior nos referimos al ángulo α, la tangente de α corresponde al cociente entre "a" cateto opuesto al ángulo α y "b" cateto adyacente al ángulo α. Abreviamos tangente como "tan".

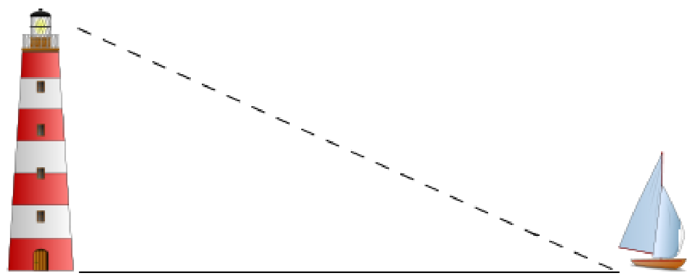
$$\boxed{\tan\alpha = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \alpha}{cateto\ adyacente\ a\ \alpha} \rightarrow \tan\alpha = \frac{a}{b}}$$

Para resolver un problema utilizando las razones trigonométricas algo fundamental y que ayuda muchísimo es hacer un bosquejo de la situación llevándolo siempre a la forma de un triángulo rectángulo. Luego es importante reconocer cual razón trigonométrica relaciona los datos entregados y lo que se está preguntando. Es importante ubicar bien los datos en el bosquejo para así no confundirse.

Veamos el siguiente ejemplo.

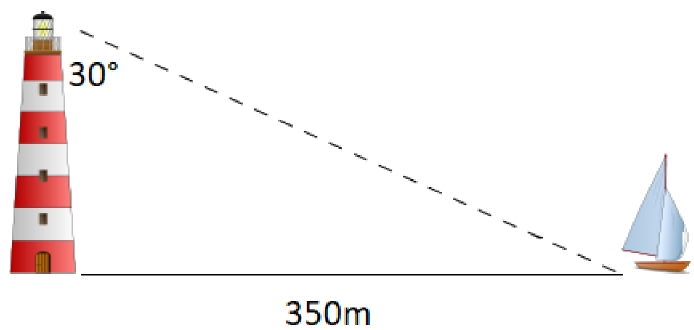
La luz de un faro ilumina a un velero que está a 350 m de la base del faro. Si el ángulo entre el faro y el rayo de luz es de 30°, ¿cuál es la longitud del rayo?, ¿cuál es la altura del faro?

- Lo primero es realizar un bosquejo de la situación.

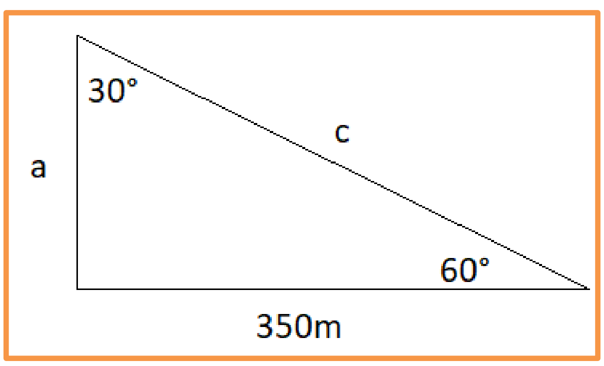


Luego de hacer un bosquejo tan elegante como el que se presenta, es importante ubicar correctamente los datos del enunciado del problema.

En este caso los datos son; la distancia desde la base del faro al velero 350m, dato ubicado en la línea inferior, que representa un cateto del hipotético triángulo rectángulo y, además, el ángulo que forma el rayo con el faro que es de 30°. Es importante ubicar bien el ángulo de lo contrario no obtendremos el resultado esperado.



Esta situación se puede modelar con el siguiente triángulo rectángulo.



$700m$

Donde “a” representa la altura del faro y “c” representa la longitud del rayo.

El paso siguiente es identificar las razones trigonométricas que nos permiten relacionar los datos con lo que estamos buscando.

En este ejemplo lo más sencillo es determinar la longitud del rayo desde ahora llamaremos “c”.

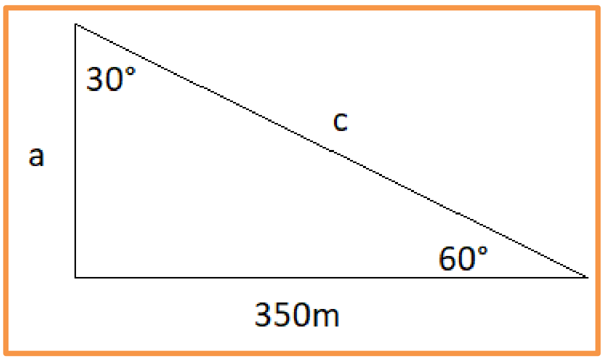
Si consideramos la razón:

$$\cos 60° = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} \rightarrow \cos 60° = \frac{distancia\ faro - velero}{longitud\ del\, rayo} \rightarrow \cos 60° = \frac{350m}{c}$$

Tenemos que: $c = \frac{350m}{\cos 60°}$ ya que el $\cos 60° = \frac{1}{2}$, reemplazamos su valor en la expresión:

$$c = \frac{350m}{\frac{1}{2}} \rightarrow c = 2 \cdot 350m \rightarrow c = 700m$$

Por lo tanto, la longitud del rayo es de $700m$.



Para determinar la altura del faro, una vez que se conoce la longitud del rayo se podría aplicar el Teorema de Pitágoras para determinar su medida, pero ya que estamos estudiando las razones trigonométricas lo haremos de esa forma.

Una de las razones que relaciona la altura del faro con los datos que tenemos es la siguiente:

$$\tan 60° = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente} \rightarrow \tan 60° = \frac{altura\ faro}{distancia\ faro - velero} \rightarrow \tan 60° = \frac{a}{350m}$$

Tenemos que: $a = \tan 60° \cdot 350m$ ya que la $\tan 60° = \sqrt{3}$, reemplazamos su valor en la expresión:

$$a = \sqrt{3} \cdot 350m \rightarrow a = 350\sqrt{3}m$$

Por lo tanto, la altura del fato es de $350\sqrt{3}m$.

Para ver el desarrollo paso a paso de este ejemplo puedes ver un video explicativo en el siguiente link: https://youtu.be/cNozm5iKkXY

Ejercicios

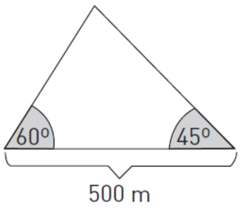
I. Resuelve los siguientes 4 problemas sin utilizar la calculadora, para esto trabaja con las razones trigonométricas de los ángulos notables estudiados en la guía anterior.

1. Un volantín está sujeto al suelo por un hilo que mide 20 m. Si el ángulo de elevación del volantín es de 30°, ¿a qué altura se encuentra?
R: ______

2. Un árbol proyecta una sombra de 15 m cuando el ángulo de elevación del sol es de 60°. Aproximando al metro, ¿cuál es la altura del árbol?
R: ______

3. Una persona se encuentra a 200 m de un famoso edificio y el ángulo de elevación entre ella y el extremo superior de un edificio es de 45°. Aproximando al metro, ¿cuál es la altura del edificio?
R: ______

4. Dos personas que se encuentran a 500 m de distancia observan un avión con ángulos de elevación de 60° y 45°, como lo muestra la figura.



a. ¿A qué altura vuela aproximadamente el avión?
R: ______

b. ¿Cuál es la distancia entre el avión y cada observador?
R: ______

San Fernando College
Asignatura: Matemática
Profesores: Gloria González Tejos - Mauricio Osorio Arenas

II. **Resuelve los siguientes 14 problemas con la ayuda de calculadora para determinar el valor de las razones trigonométricas de aquellos ángulos en los que no puedas hacerlo sin ella.**

5 A 600 metros del borde de un acantilado se encuentra un bote. Desde él, y con un ángulo de elevación de 47° se observa el borde superior del acantilado. ¿Cuál es su altura?

R: ____________________

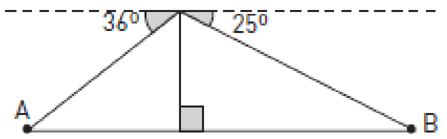
6 Un volantín está volando al extremo de 260 m de hilo que forma un ángulo de 61° con el suelo. ¿A qué altura se encuentra el volantín?

R: ____________________

7 Si desde un velero se observa la punta de un faro de 120 m de altura con un ángulo de elevación de 40°, ¿a qué distancia del faro se encuentra el velero?

R: ____________________

8 ¿Cuál es la distancia entre dos embarcaciones, A y B, si desde un acantilado a 32 m sobre el nivel del mar se observan con ángulos de depresión de 36° y 25°, respectivamente?



9 Un globo está sujeto al suelo con un hilo de 20 m. Si el ángulo de elevación del globo es de 27°, ¿a qué altura se encuentra?

R: ____________________

10 Un piloto observa que el ángulo de depresión del próximo aeropuerto es de 15°. Si el avión vuela a 350 m de altura, ¿a qué distancia se encuentra del aeropuerto?

R: ____________________

11 Determina la altura de un edificio si desde un punto situado a 20 m de su base se observa su punta con un ángulo de elevación de 65°.

R: ____________________

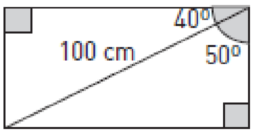
12 Un árbol de 12 m de altura proyecta una sombra de x m cuando el ángulo de elevación del sol es 49°. ¿Cuál es el valor de x?

R: ____________________

13 Una rampa para sillas de ruedas forma un ángulo de 10° con el suelo y se alza 3 m verticalmente. ¿Qué distancia debe recorrer la silla para llegar desde la base al extremo superior de la rampa?

R: ____________________

14 La figura muestra un rectángulo cuya diagonal mide 100 cm. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.



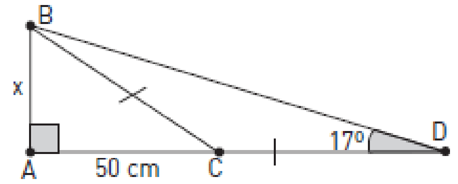
15 La diagonal menor de un rombo mide 40 mm y cada uno de sus ángulos obtusos mide 130°. Encuentra la medida de los lados del rombo.

R: ____________________

16 Cada ángulo basal de un triángulo isósceles mide 50° y la altura a la base mide 26 cm. Al centímetro más cercano, ¿cuánto mide la base del triángulo?

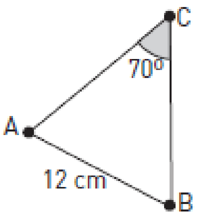
R: ____________________

17 Con la información de la figura encuentra el valor de x.



R: ____________________

18 La figura muestra un triángulo isósceles cuya base mide 12 cm y el ángulo del vértice, 70°. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?



R: ____________________

Solucionario

1. 10 metros
2. 26 metros
3. 200 metros
4.
   a. $\left(\frac{500\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)$ m

   b. $\left(\frac{1000}{1+\sqrt{3}}\right)$m y $\left(\frac{500\sqrt{6}}{1+\sqrt{3}}\right)$m.
5. 438,81 m
6. 227,4 m
7. 186,68 m
8. 112,67 m
9. 9,08 m
10. 1352,29 m
11. 42,89 m
12. 10,43 m
13. 17,28 m
14. 76,6 cm de largo y 64,3 cm de ancho.
15. 47,3 mm
16. 43,63 cm
17. 33,72 cm
18. 10,46 cm

¡Que tengan una muy buena semana!