San Fernando College
Departamento de Matemática.
Profesora: Gloria González Tejos

Cuarto Plan Común Guía 22

Titulo : Función cuadrática		
Nombre:	**Fecha** :7 de Septiembre 2020	
Contenidos	**Objetivo de Aprendizaje**	**Habilidades**
Función cuadrática	*Reconocer y Analizar la gráfica de una función cuadrática .*	*Analizar-Determinar-Graficar*

En esta Guía podrás recordar lo estudiado en años anteriores sobre la función cuadrática. Cualquier duda consulta al correo ggonzalez@sanfernandocollege.cl o al grupo de Whatsapp de tu curso. Una vez estudiada la Guía desarrolla el capítulo 12 de tu texto de preparación para la prueba de selección universitaria. Te dejo un link para complementar la materia https://www.youtube.com/watch?v=dk46SbmtijM

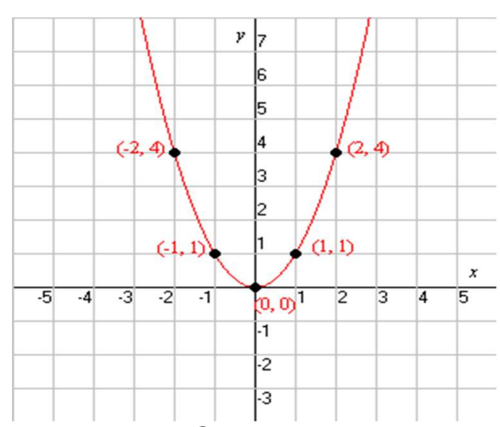
“No existe una manera fácil. No importa cuán talentosos seas, tu talento te va a fallar si no lo desarrollas. Si no estudias, si no trabajas duro, si no te dedicas a ser mejor cada día”

Will Smith

Función cuadrática

Corresponde a la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$. La gráfica de una función cuadrática es una parábola , un tipo de curva de 2 dimensiones.

La parábola "básica", $y = x^2$, se ve así:



Dominio: es el conjunto $\mathbb{R}$

Recorrido: este depende del signo del coeficiente “**a**”

Si $a < 0 \rightarrow Rec:]-\infty, k]$

Si $a > 0 \rightarrow Rec: [k, +\infty[$

Concavidad: está determinada por el signo del coeficiente de x^2en la función

$y = ax^2 + bx + c$, es decir está determinada por "a"

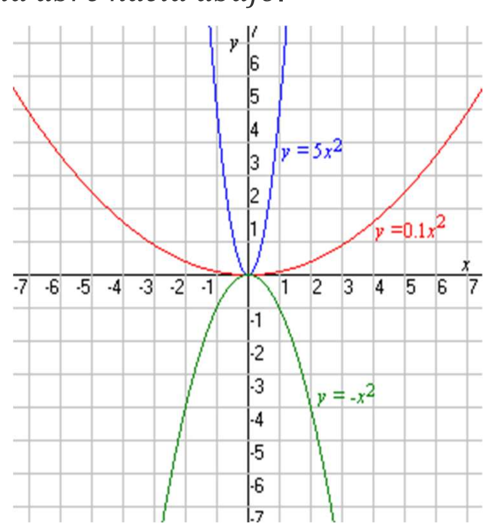
$si\ a > 0, entonces\ la\ concavidad\ es\ positiva\ y\ la\ parábola\ abre\ hacia\ arriba.$

$si\ a < 0, entonces\ la\ concavidad\ es\ negativa, y\ la\ parábola\ abre\ hacia\ abajo.$

Apertura:

- $si, |a| > 1, la\ gráfica\ de\ f(x) = ax^2$, es más cerrada en torno al eje de simetría que la gráfica $f(x) = x^2$
- $si, 0 < |a| < 1, la\ gráfica\ de\ f(x) = ax^2$, es más abierta en torno al eje de simetría que la gráfica $f(x) = x^2$

El gráfico muestra en azul una parábola en que $|a| > 1$, en rojo cuando $0 < |a| < 1$ y en verde cuando $f(x) = -ax^2$



El vértice:

Todas las parábolas tienen un **vértice** que corresponde al valor **mínimo** (si la parábola abre hacia arriba) o al valor máximo (si abre hacia abajo)

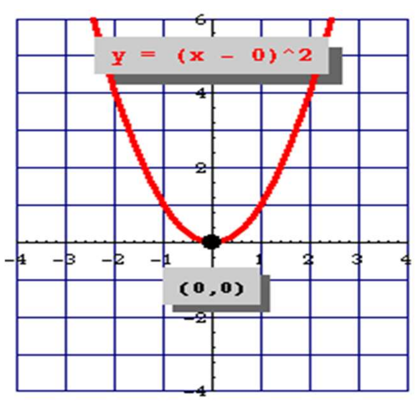
Las coordenadas del vértice son:

$$\boxed{V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{(b^2-4ac)}{4a}\right)}$$

La ecuación para una parábola también puede escribirse en la "forma vértice":

$y = a\,(x - h)^2 + k$

En esta ecuación, el vértice de la parábola es el punto (h , k).



Puede ver como esto se relaciona a la ecuación estándar al multiplicarla:

$y = a\,(x - h)(x - h\,) + k$

$y = ax^2 - 2ahx + ah^2 + k$

El coeficiente de x aquí es **–** $2ah$. Esto significa que en la forma estándar, $y = ax^2 + bx + c$, la expresión $-\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{2a}}$ nos da la coordenada de **x** en el vértice, y corresponde al **eje de simetría.**

La expresión $-\frac{\boldsymbol{(b^2-4ac)}}{\boldsymbol{4a}}$, nos da la coordenada de **y** en el vértice, y corresponde al **máximo o mínimo** de la parábola, dependiendo de su concavidad.

Ejemplo:

Encuentre el vértice de la parábola.

$y = 3\,x^2 + 12\,x - 12$

Aquí, $a = 3$ y $b = 12$. Así, la coordenada en x del vértice es:

$$-\frac{12}{2(3)} = -2$$

Sustituyendo en la ecuación original para obtener la coordenada en y , obtenemos:

$y = 3(-2)^2 + 12(-2) - 12$

$= -24$

Así, el vértice de la parábola esta en (**–** 2, **–** 24).

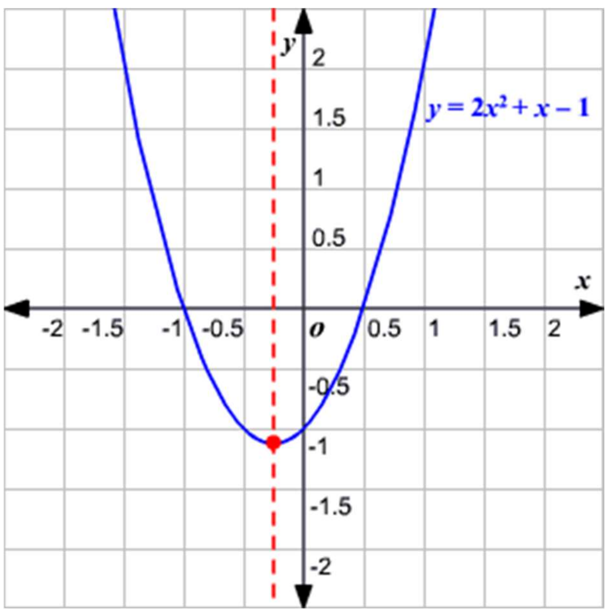
Ejemplo:

Encuentre el eje de simetría.

$y = 2x^2 + x - 1$

Aquí, $a = 2$ y $b = 1$. Así, el el eje de simetría es la recta vertical

$x = -\frac{1}{4}.$



Intersección con los ejes:

La parábola **siempre** intersecta al eje de las ordenadas y lo hace en el punto **(0,c)**

Las intercepciones en *x* son un poco más complicadas, corresponden a las soluciones de la ecuación cuadrática asociada. Para encontrarlas puedes usar la **factorización , o completar el cuadrado de binomio** , o la **fórmula general** (si es que existen!).

Recuerda: Para determinar la intersección de la parábola con el eje x, debes analizar el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta > 0$ *la parábola intersecta al eje x en dos puntos* x_1 ; x_2

Si $\Delta = 0$ *la parábola intersecta al eje x en un puntos* $x_1 = x_2$

Traslación horizontal y vertical.

La expresión algebraica de la parábola que resulta al trasladar $f(x) = x^2$ horizontal y verticalmente es $f(x) = (x - h)^2 + k$

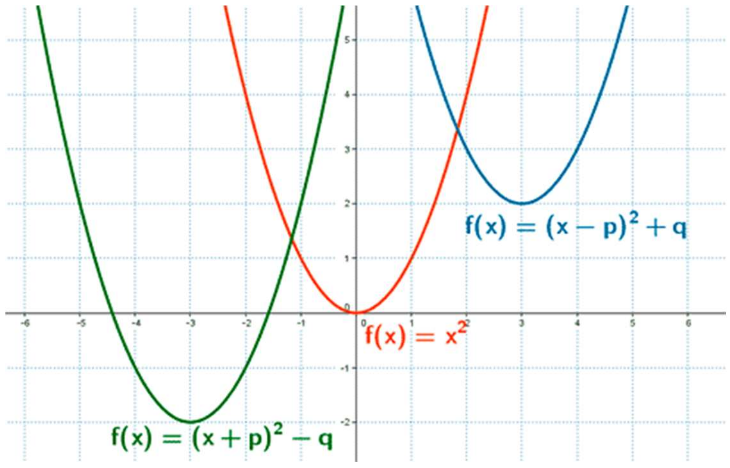
Si $h > 0$ y $k > 0$, la parábola se desplaza h unidades hacia la derecha y k unidades hacia arriba.

Si $h > 0$ y $k < 0$, la parábola se desplaza h unidades hacia la derecha y k unidades hacia abajo.

Si $h < 0$ y $k > 0$, la parábola se desplaza h unidades hacia la izquierda y k unidades hacia arriba.

Si $h < 0$ y $k < 0$, la parábola se desplaza h unidades hacia la izquierda y k unidades hacia abajo.

El vértice de la parábola se encuentra en el punto (h, k).



Ejemplo :

Compara la función $f(x) = 3(x - 4)^2 + 2$ con la función $g(x) = 3x^2$

La gráfica de la función $f(x) = 3(x - 4)^2 + 2$ resulta de trasladar verticalmente 2 unidades y horizontalmente 4 unidades la gráfica de la función $g(x) = 3x^2$. El vértice de la función $f(x)$ se encuentra ahora en el punto V (4, 2).