San Fernando College
Departamento de Matemática.
Profesora: Gloria González Tejos

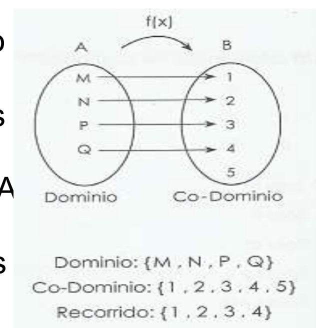
Cuarto Medio Guía N° 21

Titulo : Funciones		
Nombre:	**Fecha** :31 de Agosto	
Contenidos	**Objetivo de Aprendizaje**	**Habilidades**
Funciones: Definición, Evaluación, Tipos, Clasificación, Traslación, Reflexión		*Analizar- Aplicar- Reconocer- Determinar*

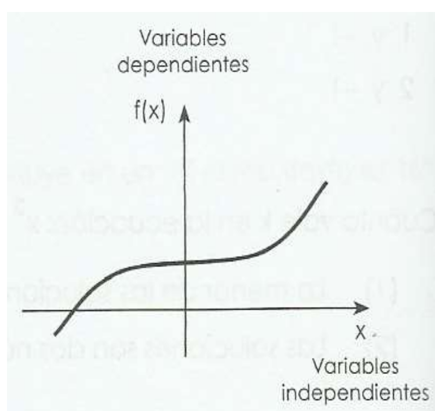
Esta Guía te permitirá recordar el concepto de función, como se evalúa una función, como se clasifican, reconocer gráficamente cuando es función, evaluar una función, calcular la función inversa, la traslación y reflexión de una función. Todo esto lo vimos en la reunión del martes 25/08. Si no entiendes algo puedes consultar al correo ggonzalez@sanfernandocollege.cl o escribir a través del grupo de whatsapp de tu curso.

1.FUNCIONES:

Dada una relación F : $A \to B$, esta es función si y sólo si **cada** elemento de A tiene imagen única en B.
Dominio de la función son todos los elementos del conjunto A, a esos elementos se les conoce como **pre-imagen.**
Recorrido Son los valores que tienen asociados una preimagen. A recorrido se les llama **imagen.**
Codominio son todos los elementos del conjunto B. El recorrido es codominio.



Funciones en el plano cartesiano: En el plano cartesiano el **Dominio** corresponde a los valores del **eje de las abscisas** que puede tomar la función. El **Recorrido** son los valores del eje de las ordenadas que toma la función.
Se expresa como $f\colon x \to f(x$



Evaluación de funciones: Para encontrar los valores de las imágenes de una función, se reemplaza la variable independiente por el número o expresión correspondiente.

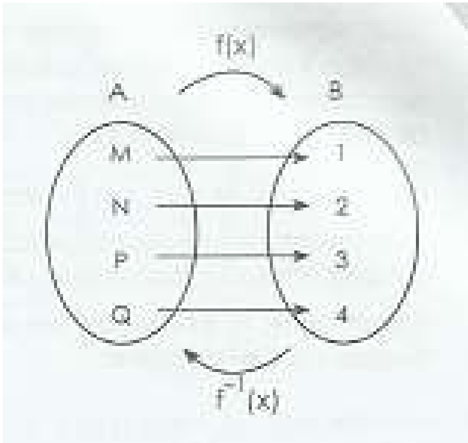
- **Ejemplo:** $\boldsymbol{f(x) = x^2 + 6x - 16}$ para determinar $f(1)$
- $f(1) = 1^2 + 6 \cdot 1 - 16$
- $f(1) = 1 + 6 - 16$
- $f(1) = -9$

Función inversa:

- Sea la función $f\colon A \to B$, la función inversa se denota por f^{-1}

y corresponde $f^{-1}\colon B \to A$

- Si $(x, y) \in f(x), \;\; entonces \;\; (y, x) \in f^{-1}(x)$
- Para que una función tenga inversa , esta debe ser **biyectiva**



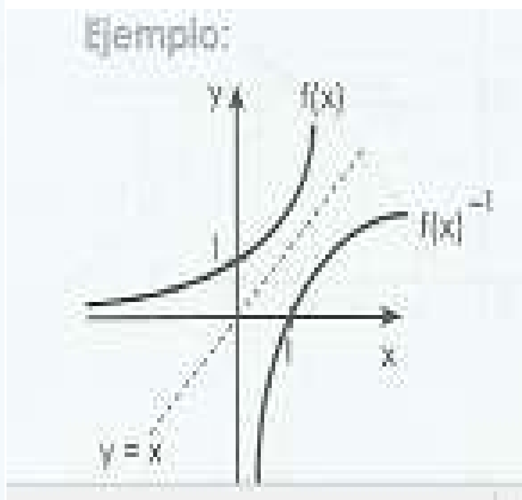
Los puntos (x , y) e (y , x), son **simétricos** con respecto a la recta **y = x**

Por tanto las gráficas de las rectas $f\ \ y\, f^{-1}$serán simétricas respecto a la recta y=x

Ejemplo:

- Determinar la función inversa de la función $f(x)=\frac{x+2}{x}$.

$$f(x)=y=\frac{x+2}{x}$$
$$y=\frac{x+2}{x}$$
$$yx=x+2$$
$$yx-x=2$$
$$x\cdot(y-1)=2$$
$$x=\frac{2}{y-1}$$
$$y=\frac{2}{x-1}$$
$$\therefore\ f^{-1}(x)=\frac{2}{x-1}$$



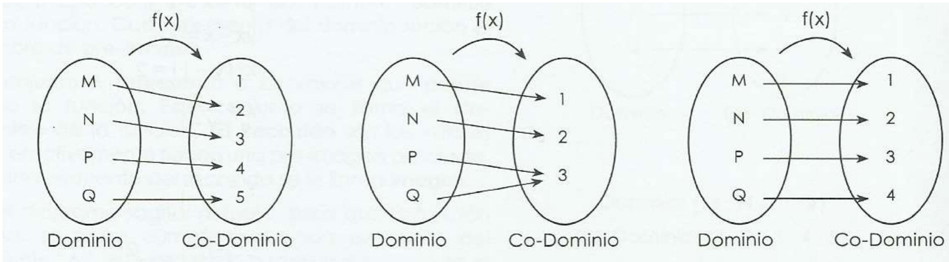
Determinar el dominio y recorrido de una función:

Cada función tiene un dominio y un recorrido distintos, pero tenemos algunas reglas generales:

- El dominio y la imagen de una función polinómica es el conjunto de los reales.
- El dominio de un logaritmo es el conjunto de los reales que hacen su argumento positivo.
- El dominio de una función racional es el conjunto de los reales excepto los números que anulan el denominador.
- El dominio de una raíz de orden par es el conjunto de los reales que hacen su radicando no negativo. El recorrido es un subconjunto de los reales no negativos.

Clasificación de las funciones:

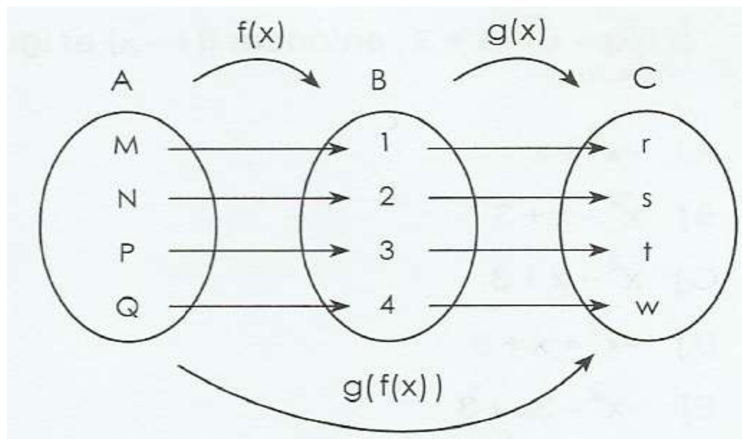
- **Función Inyectiva o uno a uno:** Una función $f\colon A\rightarrow B$ es inyectiva si y sólo si elementos distintos de A tienen imágenes distintas en B.
- **Función Epiyectiva o sobre:** Una función $f\colon A\rightarrow B$ es epiyectiva o sobre si y sólo si todo elemento de B es imagen de algún elemento de A.
- **Función Biyectiva**: Una función $f\colon A\rightarrow B$ es biyectiva si y sólo si es 1 a 1 y sobre a la vez.



Composición de funciones:

- Sea $f: A \to B \quad y \quad g: B \to C \quad funciones$
- $(g \circ f) = g(f(x))$

- **Ejemplo :**



- Sean f y g funciones definidas por :

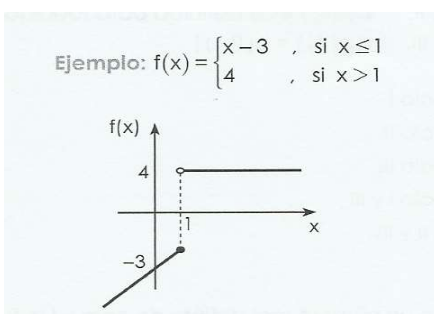
  $f(x) = 2x - 3 \quad y \quad g(x) = 4 - 5x$

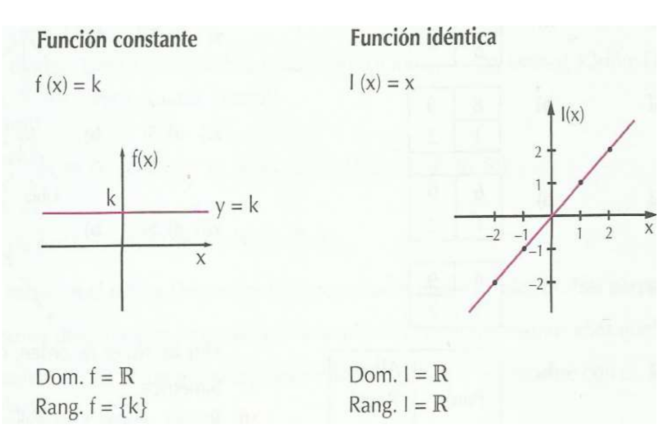
  Hallar: $(f \circ g)(3)$

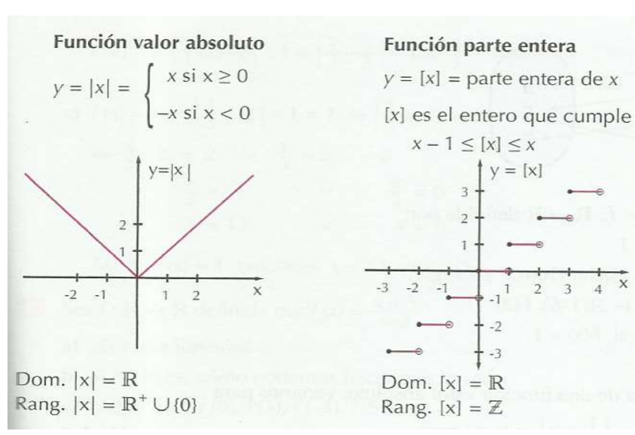
- $(f \circ g)(3) =$
- $f(g(3)) =$
- $f(4 - 5 \cdot 3) =$
- $f(-11) = \; -25$

Funciones definidas por tramos :

- La función especial por tramos corresponde a funciones que están definidas por diferentes funciones reales en distintas partes de su dominio. Para trazar su gráfica bastará con construir cada una en un mismo plano, pero solamente la parte correspondiente al intervalo indicado.



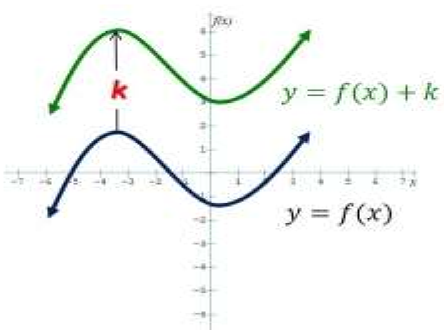


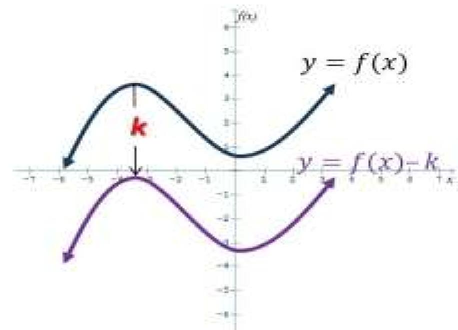


TRASLACIÓN DE FUNCIONES

- Sea $y = f(x)$ una función. Sean $h \;\; y \;\; k$ números positivos, entonces se cumple:
- Las traslaciones son un tipo de transformación rígida (que crea una imagen que es congruente con la figura original) de funciones, en la que se modifica la posición de la gráfica de una función, puede ser un desplazamiento hacia arriba, abajo, a la derecha o a la izquierda.

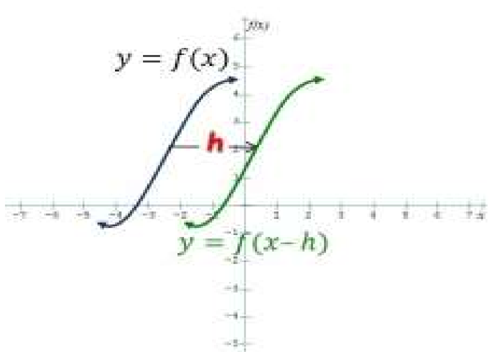
- **Traslaciones verticales**
  suponiendo que k > 0
  y = f(x) + k → desplaza la gráfica de la función k unidades hacia arriba.
  y = f(x) - k → desplaza la gráfica de la función k unidades hacia abajo

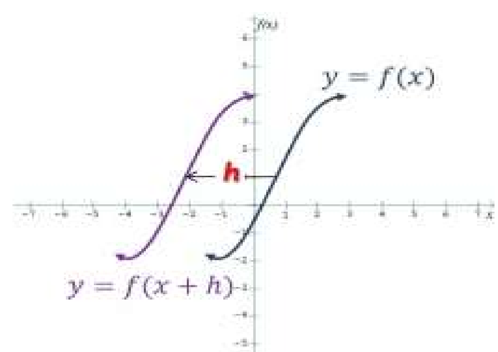




Traslaciones horizontales
suponiendo que h > 0

y = f(x - h) → desplaza la gráfica de la función h unidades hacia la derecha.
y = f(x + h) → desplaza la gráfica de la función h unidades hacia la izquier





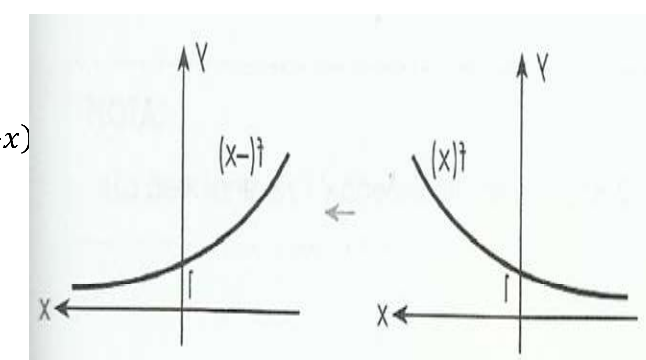
<u>REFLEXIÓN DE FUNCIONES</u>

Reflexión respecto al eje Y

Si en una función $f(x)$, sustituimos $(x)\ por\ (-x)$

la gráfica de $f(-x)$ es el reflejo la primer

en torno al eje Y

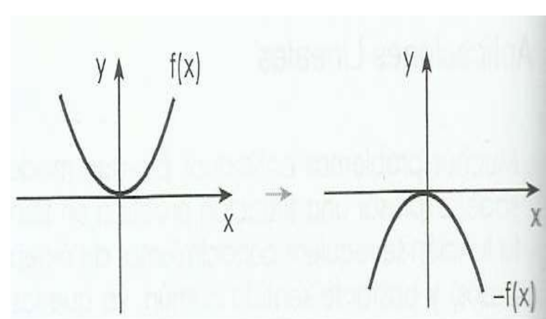


Reflexión respecto al eje X Si a una función $f(x)$,

anteponemos un signo menos ,”$-f(x)$" ,

la gráfica de $-f(x)$ es el reflejo la primera

en torno al eje X



REALIZA LOS EJERCICIOS DEL CAPITULO 11 DEL TEXTO DE PREPARACION DE LA PRUEBA DE SELECCIÓN UNIVERSITARIA.