



Guía N° 21 Función Cuadrática

Nombre		
Curso	Fecha	
2° Medio A-B-C	Semana Lunes 31 de Agosto – Viernes 4 de Septiembre	
Contenidos	Objetivo de Aprendizaje	Habilidades
Problemas Ecuación y Función Cuadrática	Mostrar que comprenden la función Cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$	Comprender - Aplicar – Calcular - Graficar

Nota: Esta guía contiene material y contenidos nuevos, cualquier consulta por favor realizarla a tu profesor de asignatura:

Si eres estudiante del 2° Medio A o C, al profesor Mauricio Osorio: mosorio@sanfernandocollege.cl,

Si eres estudiante del 2° Medio B, a la profesora Gloria González: ggonzalez@sanfernandocollege.cl

“La educación es el arma más poderosa que puedes usar para cambiar el mundo”

Nelson Mandela

¿Cómo resolver problemas relacionados con la función cuadrática y la ecuación de segundo grado?

En esta guía trabajaremos en resolver problemas utilizando la ecuación de segundo grado. Debes considerar que para resolver un problema primero debes identificar correctamente los datos, luego plantear y resolver la ecuación que permite responderlo, finalmente entregar la respuesta para la pregunta planteada.

Veamos algunos ejemplos:

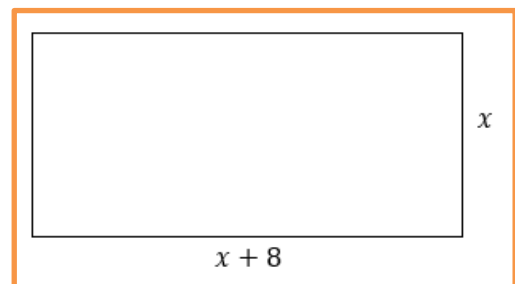
1. Una piscina rectangular tiene un área basal de $65m^2$. Se desconoce la medida de su ancho, pero se sabe que es $8m$ menor que su largo, con esta información ¿cuáles son las medidas del largo y ancho de la piscina?

Solución:

En este caso podemos ayudar el planteamiento con el siguiente dibujo:

Considerando que desconocemos la medida del ancho, le asignaremos el valor de x .

Mientras que la medida de su largo será de $x + 8$.



Sabemos que el área basal de $65m^2$ es producto de las medidas de su ancho y su largo, entonces podemos plantear la siguiente ecuación:

$$x \cdot (x + 8) = 65$$

Ahora resolvemos la ecuación:

$$\begin{aligned} x \cdot (x + 8) &= 65 \\ x^2 + 8x &= 65 \\ x^2 + 8x - 65 &= 0 \\ (x + 13) \cdot (x - 5) &= 0 \end{aligned}$$

De aquí tenemos dos posibles soluciones, la primera $x = -13$, que inmediatamente descartamos pues las medidas no pueden ser negativas, y la segunda $x = 5$, que efectivamente es la solución y corresponde a la medida del ancho de la piscina.

Por lo anterior, la medida del ancho de la piscina es de $5m$, dado que su largo mide $8m$ más, entonces la medida del largo de la piscina es de $13m$.



2. La suma de los cuadrados de un número natural y su sucesor es 25, con esta información, ¿cuáles son dichos números?

Solución:

Vamos a definir “un número natural cualquiera” como n .

Por otra parte “el sucesor de dicho número natural” será $n + 1$.

Ahora planteamos la ecuación:

$$(n)^2 + (n + 1)^2 = 25$$

Resolvemos la ecuación:

$$\begin{aligned} (n)^2 + (n + 1)^2 &= 25 \\ n^2 + n^2 + 2n + 1 &= 25 / -25 \\ 2n^2 + 2n + 1 - 25 &= 0 \\ 2n^2 + 2n - 24 &= 0 / \div 2 \\ n^2 + n - 12 &= 0 \\ (n + 4) \cdot (n - 3) &= 0 \end{aligned}$$

De aquí tenemos dos posibles soluciones, la primera $x = -4$, que inmediatamente descartamos pues nos están preguntando por números naturales, y la segunda $x = 3$, que efectivamente es la solución dado que los números son 3 y su sucesor 4.

Esto se puede corroborar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} (3)^2 + (3 + 1)^2 &= 25 \\ (3)^2 + (4)^2 &= 25 \\ 9 + 16 &= 25 \\ 25 &= 25 \end{aligned}$$

Por lo anterior, los números naturales consecutivos cuyos cuadrados suman 25 son 3 y 4.

3. La velocidad instantánea de un móvil en un función del tiempo viene dada por la siguiente función:

$$v(t) = t^2 - 8t - 4$$

Considerando lo anterior, en qué instante alcanza una velocidad igual a $16 \frac{m}{s}$.

Solución:

Se pide que determinemos en que tiempo t , el móvil tendrá una velocidad de $16 \frac{m}{s}$, debemos entonces igualar la ecuación su ecuación de velocidad con la solicitada.

Plantemos la ecuación:

$$\begin{aligned} v(t) &= 16 \frac{m}{s} \\ t^2 - 8t - 4 &= 16 \end{aligned}$$

Resolvemos la ecuación:

$$\begin{aligned} t^2 - 8t - 4 &= 16 / -16 \\ t^2 - 8t - 4 - 16 &= 0 \\ t^2 - 8t - 20 &= 0 \\ (t + 2) \cdot (t - 10) &= 0 \end{aligned}$$

De aquí tenemos dos posibles soluciones, la primera $t = -2$, que inmediatamente descartamos pues no podemos considerar un tiempo negativo, y la segunda $t = 10$, que efectivamente es la solución.

Esto se puede corroborar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} v(t) &= t^2 - 8t - 4 \\ v(10) &= (10)^2 - 8(10) - 4 \\ v(10) &= 100 - 80 - 4 \\ v(10) &= 100 - 84 \\ v(10) &= 16 \end{aligned}$$

Por lo anterior, podemos afirmar que en el instante $t = 10$, el móvil alcanza una velocidad de $16 \frac{m}{s}$.

Puedes revisar estos ejemplos visitando el siguiente link:

<https://youtu.be/yMB70qwlIqI>



Actividad

Resuelve los siguiente problemas, no olvides identificar bien los datos, plantear y resolver la ecuación y finalmente entregar una respuesta completa a la pregunta planteada.

1. La suma de un número natural y el cuadrado de su sucesor es 109, ¿Cuáles son dichos números?
2. Si dos números positivos se diferencian en 7 unidades y su producto es 44, ¿Cuáles es la suma entre dichos números?
3. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 13cm, si sus catetos se diferencian por 7cm, ¿Cuáles son las medidas de dichos catetos?
4. La diagonal de un rectángulo mide 15cm, si su ancho mide $\frac{3}{4}$ partes de su largo, ¿Cuál es el perímetro de dicho rectángulo?
5. Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años, ¿Cuál es la edad actual de Pedro?
6. Se sabe que el largo de un rectángulo mide 6cm más que su ancho, además que su diagonal mide 12cm más que su ancho, ¿cuáles son las medidas del ancho, largo y la diagonal de dicho rectángulo?
7. Si la suma de los cuadrados de tres números naturales consecutivos es 302, ¿cuáles son los números?
8. El lado mayor de un rectángulo excede en 10 cm al lado menor. Si la diagonal mide 50 cm, ¿cuál es el perímetro del rectángulo?
9. El producto de la edad de una persona por 15 tiene 100 unidades menos que el cuadrado de su edad. ¿Cuántos años tiene la persona?
10. Los lados de un triángulo miden $x + 3$, $2x - 5$ y $x - 4$. Si el triángulo es rectángulo, ¿cuál es el valor de x ?
11. La diferencia de dos números enteros positivos es 4 y la suma de sus cuadrados es 730. ¿Cuáles son los números?
12. ¿Cuáles son las dimensiones de un rectángulo cuya área es de 12 cm^2 y su largo es 1 cm mayor que su ancho?
13. La medidas de los lados de un triángulo rectángulo corresponden a tres números pares consecutivos, ¿cuáles son, en cm, los valores de dichos lados?
14. Calcula las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 75 m, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 36 m y 48 m respectivamente.
15. Si duplicamos el lado de un cuadrado, su área aumenta en 147 cm^2 . ¿Cuánto mide el lado del cuadrado original?
16. Si repartimos el número 20 en dos números sumados, de forma tal que la suma de sus cuadrados sea 202, ¿cuáles serían dichos números?



Soluciones

1. Los números buscados son 9 y 10.
2. La suma entre dichos números es 15.
3. La medida de los catetos de dicho triángulo rectángulo son 5cm y 12cm.
4. El perímetro de dicho rectángulo es de 42cm.
5. La edad actual de Pedro es 21 años.
6. El ancho mide 18cm, el largo mide 24cm y su diagonal mide 30cm.
7. Los números naturales consecutivos son 9, 10 y 11.
8. El perímetro de dicho rectángulo es de 140cm.
9. La persona tiene 20 años.
10. El valor de x es 9.
11. Los números son 17 y 21.
12. Su largo mide 4cm y su ancho mide 3 cm.
13. Sus catetos miden 6cm y 8cm, su hipotenusa mide 10cm.
14. El largo del rectángulo mide 60cm mientras que su ancho mide 45cm.
15. El lado del cuadrado original mide 7cm.
16. Dichos números son 9 y 11.

¡Que tengan una muy buena semana!