Guía N° 14
Ecuación Cuadrática

Nombre		
Curso	**Fecha**	
2° Medio A-B-C	Semana Lunes 6 de Julio – Viernes 10 de Julio	
Contenidos	**Objetivo de Aprendizaje**	**Habilidades**
Ecuación Cuadrática	Mostrar que comprenden la función Cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$	Comprender - Aplicar – Calcular

Nota: Esta guía contiene material y contenidos nuevos, cualquier consulta por favor realizarla a tu profesor de asignatura:
Si eres estudiante del 2° Medio A o C, al profesor Mauricio Osorio:
mosorio@sanfernandocollege.cl,
Si eres estudiante del 2° Medio B, a la profesora Gloria González:
ggonzalez@sanfernandocollege.cl

"La educación es el arma más poderosa que puedes usar para cambiar el mundo"

Nelson Mandela

En la guía anterior estudiamos cómo resolver la ecuación cuadrática en sus tres formas a través de la factorización. Sin embargo, para la ecuación en su forma general, hicimos una restricción del valor de $\boldsymbol{a}$, trabajamos con $\boldsymbol{a = 1}$, dado que para otros valores a veces resulta muy difícil factorizar. Recordemos la estructura de la ecuación cuadrática:

Ecuación completa

En su forma general es: $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$

Donde $\boldsymbol{a}$ es el coeficiente del término cuadrático, $\boldsymbol{b}$ es el coeficiente del término lineal y $\boldsymbol{c}$ es el término independiente o libre.

En esta guía vamos a estudiar un método para resolver todas las ecuaciones de segundo grado sin importar el valor de sus coeficientes.

Fórmula general ecuación de segundo grado

Una vez que se reducen los términos semejantes en una ecuación de segundo grado y se iguala a cero, se obtendrá siempre la siguiente forma:

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

Lo primero que haremos es dividir por $\boldsymbol{a}$, esto está permitido pues $\boldsymbol{a \neq 0}$, de lo contrario no tendríamos ecuación cuadrática:

$$ax^2 + bx + c = 0 \;/ : a$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Ahora restamos $\boldsymbol{\frac{c}{a}}$, en ambos lados de la igualdad:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 / -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Ahora vamos a sumar $\boldsymbol{\frac{b^2}{4a^2}}$, en ambos lados de la igualdad, para formar en el lado izquierdo el desarrollo de un cuadrado de binomio:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} / + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

Ahora vamos a escribir los términos del lado izquierdo como un cuadrado de binomio y vamos a resolver la diferencia de fracciones del lado derecho de la ecuación:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Ahora vamos a extraer las dos posibles raíces cuadradas:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \ /\sqrt{}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ahora vamos a restar $\frac{b}{2a}$ en ambos lados de la igualdad para despejar $\boldsymbol{x}$ por completo:

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} / - \frac{b}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ahora vamos a resolver la diferencia de fracciones del lado derecho de la ecuación, obteniendo así la fórmula general para resolver la ecuación de segundo grado:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Si se fijan, en el numerador de la fracción tenemos un $\pm$, por lo tanto, se producen dos posibles valores para x:

$$\boxed{x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \quad , \quad \boxed{x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Siendo x_1 y x_2 las dos soluciones de la ecuación de segundo grado en función de sus coeficientes.

Ahora apliquemos la fórmula general para resolver una ecuación de segundo grado.
Tenemos la ecuación:

$$6x^2 + 5x - 4 = 0$$

Lo primero es identificar los coeficientes:
$a = 6, \qquad b = 5, \qquad c = -4$

Ahora reemplazamos los valores en la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad \rightarrow \qquad x = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \cdot (6) \cdot (-4)}}{2 \cdot (6)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 96}}{12} \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{12} \rightarrow x = \frac{-5 \pm 11}{12}$$

Por lo tanto, las dos soluciones de la ecuación son:

$$x_1 = \frac{-5 + 11}{12} \quad y \quad x_2 = \frac{-5 - 11}{12}$$

$$x_1 = \frac{6}{12} \quad y \quad x_2 = \frac{-16}{12}$$

Finalmente:

$$\boxed{x_1 = \frac{1}{2} \quad y \quad x_2 = \frac{-4}{3}}$$

Puedes ver un ejemplo adicional de cómo aplicar la fórmula general para resolver una ecuación de segundo grado ingresando al siguiente link:
https://youtu.be/f1qZ-ib0Hjs

Ahora que conocemos la fórmula general, podremos entender mejor, por qué el discriminante $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$, estudiado en la guía anterior, determina la naturaleza de las soluciones de una ecuación. Hay que fijarse en lo siguiente:

$$x = \frac{-b \pm \boxed{\sqrt{b^2 - 4ac}}}{2a}$$

Al ser el argumento de la raíz:

Si el discriminante es igual a 0, entonces la ecuación tendrá dos soluciones iguales pertenecientes al conjunto de los Números Reales.
Si el discriminante es mayor que 0, entonces la ecuación tendrá dos soluciones distintas pertenecientes al conjunto de los Números Reales.
Si el discriminante es menor que 0, entonces la ecuación tendrá dos soluciones distintas pertenecientes al conjunto de los Números Complejos.

Ahora resuelve los siguientes ejercicios del libro Álgebra de Baldor:

Ejercicio 265

Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado por la fórmula general:

1. $3x^2 - 5x + 2 = 0$	7. $6x^2 = x + 222$	13. $176x = 121 + 64x^2$
2. $4x^2 + 3x - 22 = 0$	8. $x + 11 = 10x^2$	14. $8x + 5 = 36x^2$
3. $x^2 + 11x = -24$	9. $49x^2 - 70x + 25 = 0$	15. $27x^2 + 12x - 7 = 0$
4. $x^2 = 16x - 63$	10. $12x - 7x^2 + 64 = 0$	16. $15x = 25x^2 + 2$
5. $12x - 4 - 9x^2 = 0$	11. $x^2 = -15x - 56$	17. $8x^2 - 2x - 3 = 0$
6. $5x^2 - 7x - 90 = 0$	12. $32x^2 + 18x - 17 = 0$	18. $105 = x + 2x^2$

Ejercicio 266

Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado llevándolas a la forma $ax^2 + bx + c = 0$ y aplicando la fórmula general:

1. $x(x+3) = 5x + 3$	7. $7(x-3) - 5(x^2-1) = x^2 - 5(x+2)$
2. $3(3x-2) = (x+4)(4-x)$	8. $(x-5)^2 - (x-6)^2 = (2x-3)^2 - 118$
3. $9x + 1 = 3(x^2-5) - (x-3)(x+2)$	9. $(5x-2)^2 - (3x+1)^2 - x^2 - 60 = 0$
4. $(2x-3)^2 - (x+5)^2 = -23$	10. $(x+4)^3 - (x-3)^3 = 343$
5. $25(x+2)^2 = (x-7)^2 - 81$	11. $(x+2)^3 - (x-1)^3 = x(3x+4) + 8$
6. $3x(x-2) - (x-6) = 23(x-3)$	12. $(5x-4)^2 - (3x+5)(2x-1) = 20x(x-2) + 27$

Ejercicio 268

Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado llevándolas a la forma $ax^2 + bx + c = 0$ y aplicando el método que te resulte más conveniente:

1. $\frac{x^2}{5} - \frac{x}{2} = \frac{3}{10}$	6. $\frac{15}{x} - \frac{11x+5}{x^2} = -1$
2. $4x - \frac{13}{x} = \frac{3}{2}$	7. $\frac{8x}{3x+5} + \frac{5x-1}{x+1} = 3$
3. $\frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} = 3(x-5)$	8. $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{6}$
4. $\frac{1}{4}(x-4) + \frac{2}{5}(x-5) = \frac{1}{5}(x^2-53)$	9. $1 - \frac{2x-3}{x+5} = \frac{x-2}{10}$
5. $\frac{5}{x} - \frac{1}{x+2} = 1$	10. $\frac{x-13}{x} = 5 - \frac{10(5x+3)}{x^2}$

Puedes ver la solución paso a paso de un ejercicio de cada ítem ingresando al siguiente link:
https://youtu.be/BxnFhHcSQwc

A continuación, podrás encontrar las soluciones de los ejercicios propuestos:

Soluciones ejercicio 265

1. $1, \frac{2}{3}$	4. $7, 9$	7. $-6, \frac{37}{6}$	10. $4, \frac{-16}{7}$	13. $\frac{11}{8}$	16. $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}$
2 $2, \frac{-11}{4}$	5. $\frac{2}{3}$	8. $-1, \frac{11}{10}$	11. $-7, -8$	14. $\frac{1}{2}, \frac{-5}{18}$	17. $\frac{3}{4}, \frac{-1}{2}$
3. $-3, -8$	6. $5, \frac{-18}{5}$	9. $\frac{5}{7}$	12. $\frac{1}{2}, \frac{-17}{16}$	15. $\frac{1}{3}, \frac{-7}{9}$	18. $7, \frac{-15}{2}$

Soluciones ejercicio 266

1. $3, -1$	2. $2, -11$	3. $-1, 5$	4. $7, \frac{1}{3}$	5. $-2, \frac{-11}{4}$	6. 5
7. 1	8. $7, \frac{-7}{2}$	9. $3, \frac{-19}{15}$	10. $3, -4$	11. $-\frac{1}{2}, \frac{-1}{3}$	12. $-1, -6$

Soluciones ejercicio 268

1. $3, \frac{-1}{2}$	3. $6, 15$	5. $1+\sqrt{11}, 1-\sqrt{11}$	7. $1, \frac{-10}{7}$	9. $5, -18$
2 $2, \frac{-13}{8}$	4. $8, \frac{-19}{4}$	6. $1, -5$	8. $4, -1$	10. $10, \frac{-3}{4}$

Recuerda que cualquier consulta debes realizarla a tu profesor de asignatura:
Si eres estudiante del 2° Medio A o C, al profesor Mauricio Osorio: mosorio@sanfernandocollege.cl,
Si eres estudiante del 2° Medio B, a la profesora Gloria González: ggonzalez@sanfernandocollege.cl

¡Que tengan una muy buena semana!