Repasemos juntos algunos contenidos importantes para el desarrollo de tus guías…

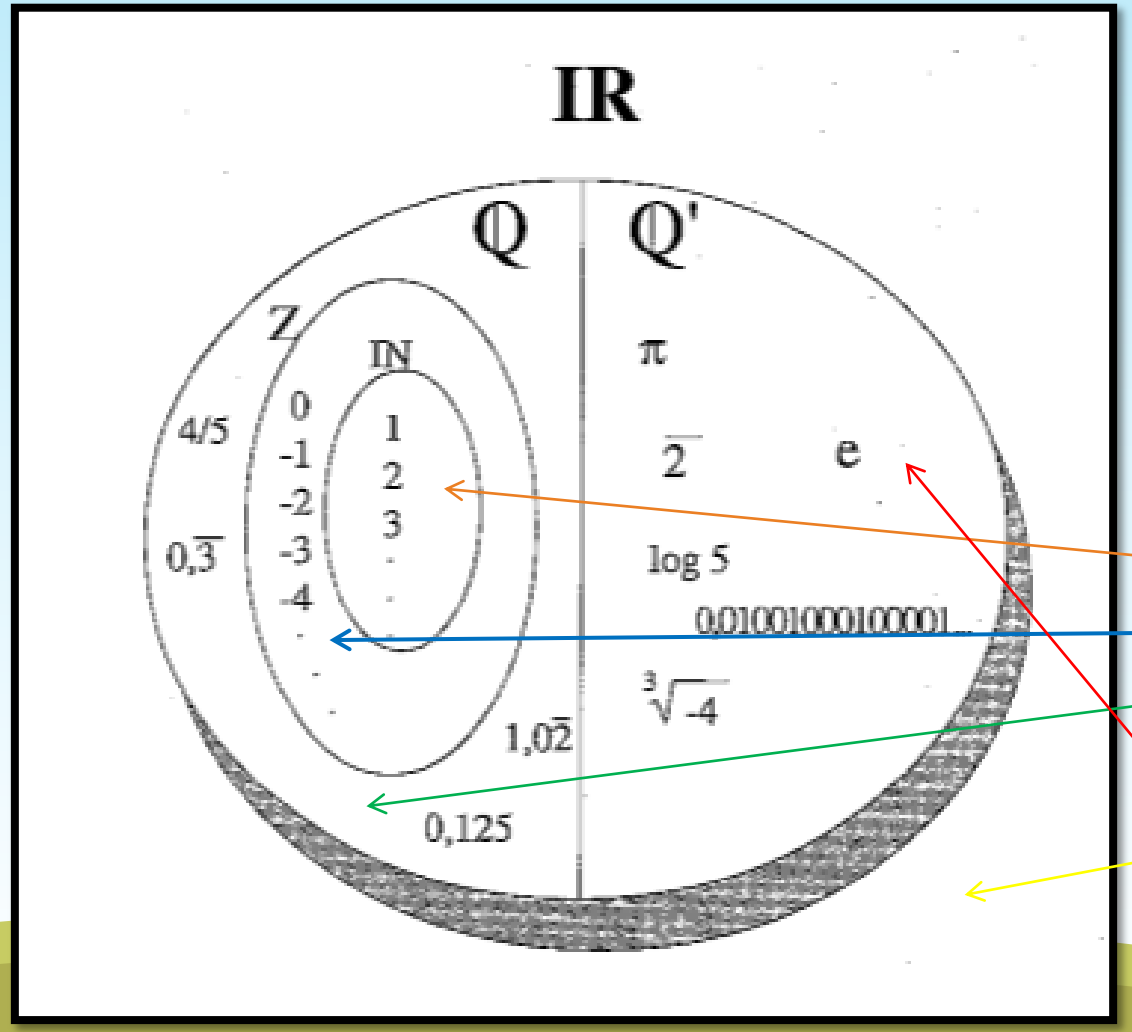
Matemática 2dos Medios

Ed. Diferencial Sandy Silva Román

¿Qué contenidos repasaremos?

- Conjuntos numéricos
- Las potencias
- ¿Qué es una raíz? Raíces reales
- ¿Cuáles son los elementos de una raíz?
- Propiedades de las raíces y ejemplos
- Introducción a la racionalización.
- Conclusión

Conjuntos Numéricos



*NUMEROS NATURALES (IN)
*NÚMEROS ENTEROS (Z)
*NÚMEROS RACIONALES (Q)
*NÚMEROS IRRACIONALES (Q')
*REALES (IR)

POTENCIAS…

Potencias

- Recuerda que el año pasado junto a la profesora Renata repasamos las potencias ¿Las Recuerdas? Si no las recuerdas, no te preocupes, aquí va un breve repaso …

PARA APRENDER

POTENCIA. Es una forma abreviada de expresar una multiplicación en la que todos los factores son iguales.

$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$

base → 5^{3} exponente

TÉRMINOS. El factor que se repite se llama base y el número de veces que se repite se llama exponente.

Cálculo de potencias. Para calcular el valor de una potencia se multiplica la base por sí misma tantas veces como indica el exponente.

$9^3 = \underbrace{9 \cdot 9 \cdot 9}_{3 \text{ veces}} = 81 \cdot 9 = 729$

¿Cómo se leen las potencias?

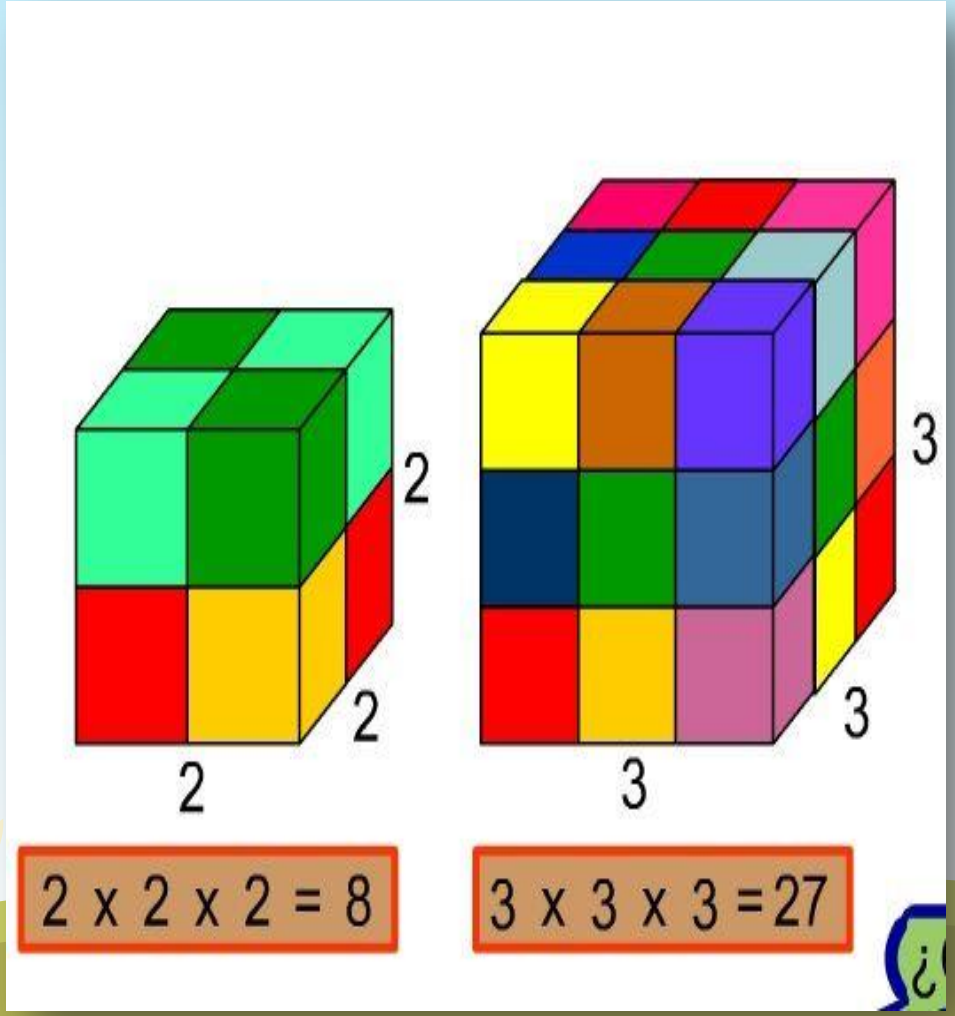
Se nombra primero la base seguida de la palabra "elevado" y el exponente.

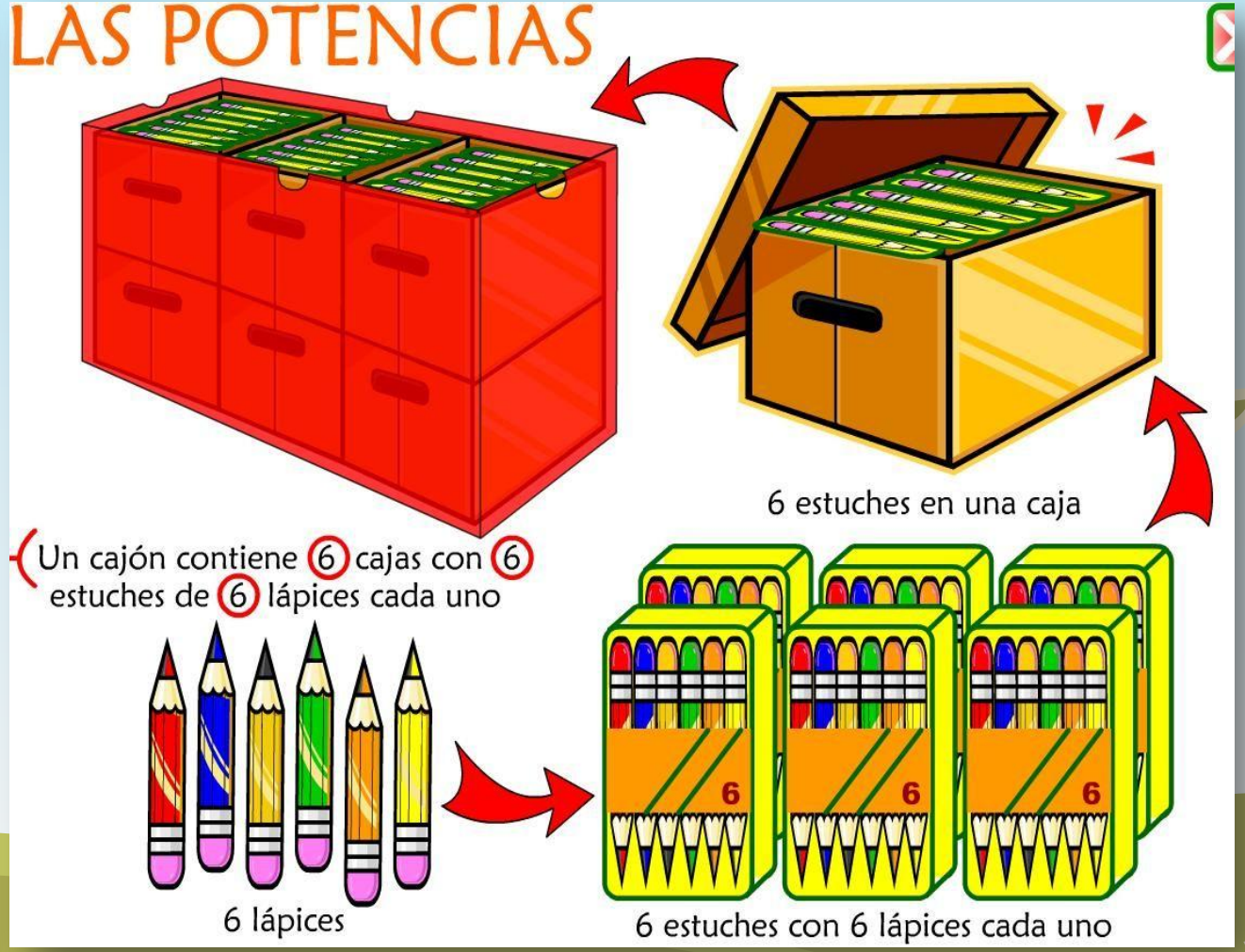
$2 \cdot 2 = 2$ se lee "2 elevado a 2" o "2 al cuadrado".

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$ se lee "4 elevado a tres" o "4 al cubo".

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$ se lee "3 elevado a 4" o "3 a la cuarta".

Observemos unos ejemplos…





Recordemos algunas propiedades…

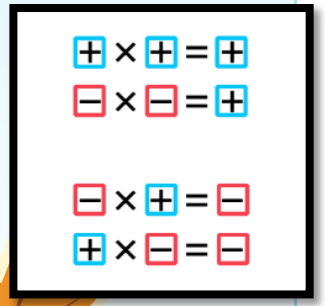
NOMBRE	ESPECIFICACIÓN	EJEMPLO
Producto de potencia de igual base:	Se copia la misma base y se suman los exponentes.	$(2)^2 . (2)^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$
Cociente de potencia de igual base:	Se copia la misma base y se restan los exponentes	$(2)^5 \div (2)^3 = 2^{5-3} = 2^2 = 4$
Potencia de potencia:	Se copia la misma base y se multiplican los exponentes	$(2^2)^3 = 2^{2x3} = 2^6 = 64$
Potencia de un producto:	Se debe elevar cada factor al mismo exponente y desarrollar la potencia indicada.	$(3 \times 2)^5 = 3^5 \times 2^5 = 243 \times 32 = 7776$
Potencia de un cociente:	Se debe elevar al mismo exponente el dividendo y el divisor y luego desarrollar la potencia indicada	$(3 \div 2)^5 = 3^5 \div 2^5 = 243 \div 32$
Propiedad del cero:	Todo número o expresión elevada a exponente cero es igual a la unidad	$(3)^0 = 1$; $(-4 \times 5)^0 = 1$

RAÍCES…

¿Qué son las raíces? Raíces reales

3^2

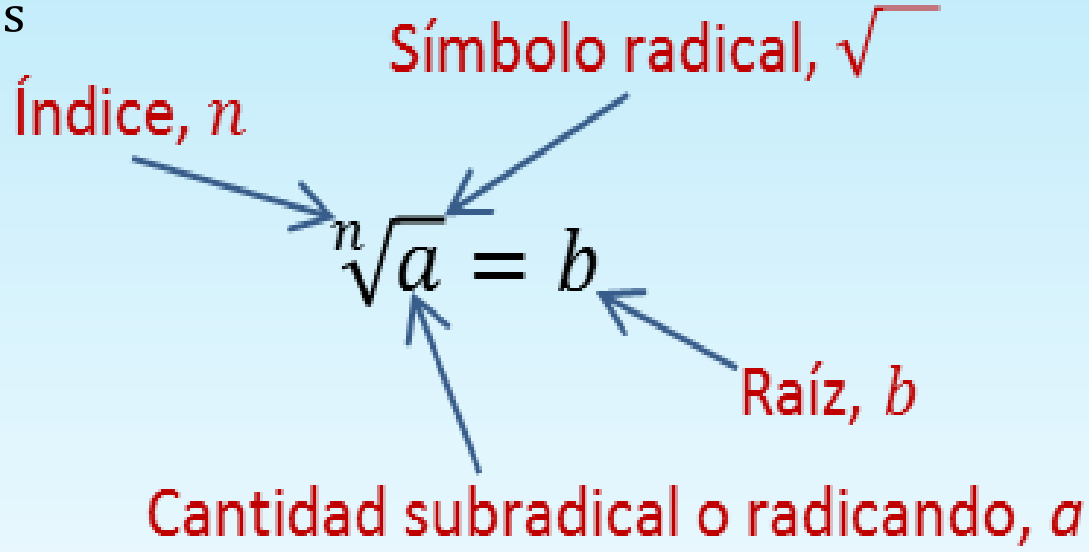
- Sabemos que el cuadrado de 3 es 9, la pregunta inversa es: ¿Qué número al cuadrado es 9? La respuesta es dual, puesto que 3 y -3 poseen como cuadrado el 9.
- Por lo tanto $\sqrt{9}$ (raíz cuadrada de 9) se puede pensar que es 3 ó -3, ya que $3^2=9$ y $(-3^2)=9$, fijándonos en que es una potencia cuyo exponente es par por lo que al utilizar las reglas de los signos obtenemos - por - = +.
- Otro ejemplo es: $\sqrt[3]{8}$ (raíz cúbica de 8), en dónde al relacionar las potencias podemos darnos cuenta que $2^3= 8$, ero debemos considerar que no es lo mismo decir $(-2^3)= -8$, ya que el exponente es un número impar y que al considerar la reglas de los signos obtendríamos - por – por – = -, teniendo como resultado -8, por lo que en la raíz cúbica tenemos sólo la solución positiva.



Elementos de las raíces

En una expresión con raíz distinguimos los siguientes elementos

- Índice
- Radical
- Radicando o cantidad subradical
- Raíz



Dependiendo de la paridad de **n** y del signo de **α** tenemos las siguientes situaciones posibles…

Las Raíces

- **SITUACIONES POSIBLES**

Observa, analiza, reflexiona los siguientes casos de raíces.

1) $\sqrt{9} = 3$ **RAÍZ CUADRÁTICA REAL EXACTA (RACIONAL)**

2) $\sqrt{2} = 1{,}4142135\ldots$ **RAÍZ CUADRÁTICA REAL INEXACTA (IRRACIONAL)**

3) $\sqrt{-2}$ **NO ES UN NÚMERO REAL, ES UN NÚMERO IMAGINARIO**

4) $\sqrt[3]{-8} = -2$ **RAÍZ CÚBICA REAL EXACTA (RACIONAL)**

5) $\sqrt[3]{5} = 1{,}7089\ldots$ **RAÍZ CÚBICA REAL INEXACTA (IRRACIONAL)**

6) $\sqrt[4]{-16} =$ **NO ES UN NÚMERO REAL, ES UN NÚMERO IMAGINARIO**

Como te habrás dado cuenta, las raíces no son reales cuando el índice es par y el radicando (o cantidad subradical) es negativo (ejemplos 3 y 6)

¿Qué observaste? ¿Cuál es tu análisis? Reflexionemos juntos

Como te habrás dado cuenta, las raíces no son reales cuando el índice es par y el radicando (o cantidad subradical) es negativo (ejemplos 3 y 6)

$\sqrt{-2}$

$\sqrt[4]{-16}$

Si el índice es impar la raíz siempre es real y será positiva o negativa dependiendo del signo del radicando (ejemplos 4 y 5)

$\sqrt[3]{-8} = -2$

$\sqrt[3]{5} = 1{,}7089...$

$\sqrt[2n]{a} \in \mathbb{R}^+$

$\sqrt[2n]{-a} \in \mathbb{C}$ (*)

$\sqrt[2n-1]{a} \in \mathbb{R}^+$

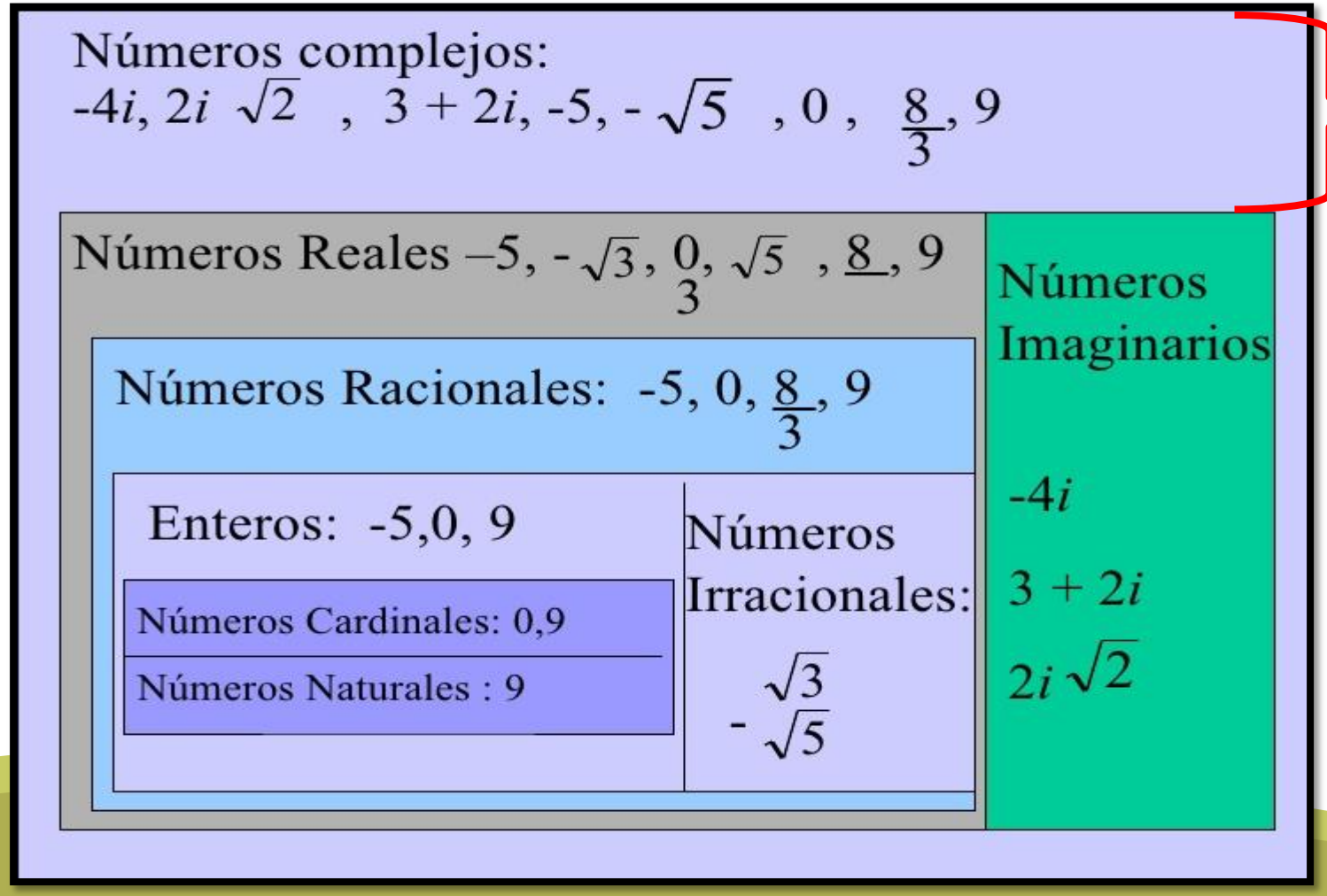
$\sqrt[2n-1]{-a} \in \mathbb{R}^-$

$(n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{R}^+)$

SIGNO QUE SIGNIFICA "PERTENECE A"

El conjunto de los números complejos

Números Complejos



Para que extiendas tu conocimiento…

Los **números complejos** conforman un grupo de cifras resultantes de la suma entre un **número** real y uno de tipo imaginario. … La noción de **número complejo** aparece ante la imposibilidad de los **números** reales de abarcar a las raíces de orden par del conjunto de los **números** negativos.

Propiedades de las raíces

1) $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ → Se multiplican las bases y se conservan los exponentes

2) $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ → Se conservan los índices y se dividen las bases

3) $\sqrt[n]{a^n} = a$ $(a \in \mathbb{R}^+)$ → Exponente e índice se anulan entre sí , por lo tanto desaparece el radical y la base queda aislada.

4) $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ $(a \in \mathbb{R}^+)$ → Tanto el índice como el exponente de la potencia pueden amplificarse por un mismo valor

5) $a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$ (con $a \in \mathbb{R}^+$, si n es par) → Ingresar el factor al interior de la raíz y elevarlo al mismo valor que el índice

6) $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[m]{b} = \sqrt[mn]{a^m b^n}$ → Se elevan las bases con el índice contrario. Los índices fuera del radical se multiplican.

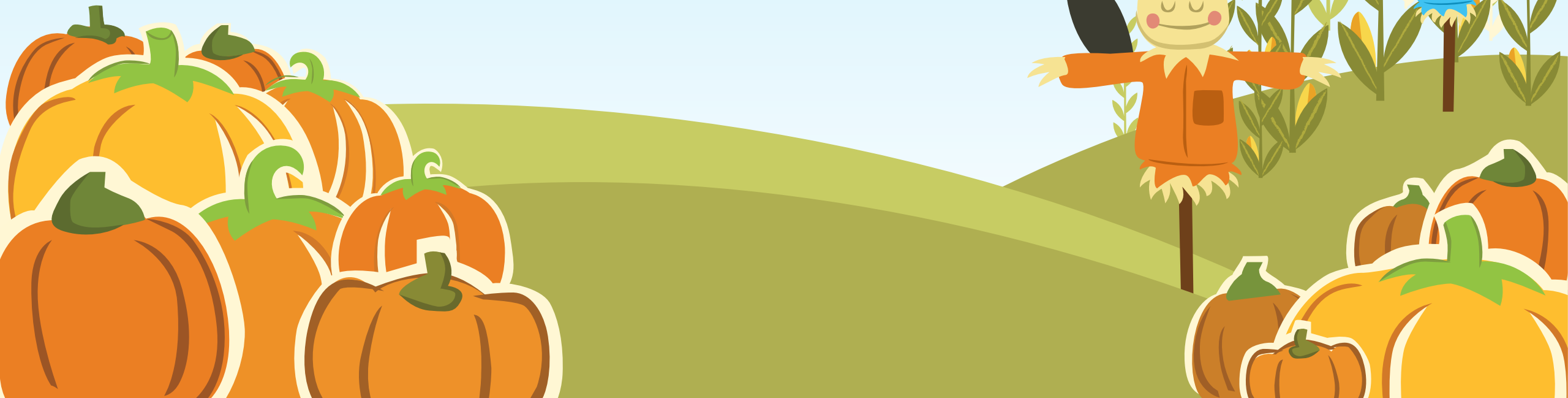
7) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[np]{a^{mp}}$ → Cambio de índice

8) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{p}} = \sqrt[nm]{p}$ → Para obtener raíz de raíz se multiplican los índices y se conserva la base.

Observaciones:

- Las propiedades que estas observando, son válidas si corresponden a **raíces reales.** Por lo tanto, al aplicarlas, primero debes cerciorarte que las raíces sean efectivamente reales.

RACIONALIZACIÓN…



¿Qué es la racionalización?

La racionalización es una técnica algebraica que consiste en eliminar las raíces que aparecen en el **denominador.**

Analicemos diversas situaciones a través de algunos ejemplos…

$$\frac{1}{5}$$

numerador

denominador

Analiza tú los siguientes ejemplos, identifica cuál propiedad se utilizó…

1) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ Aquí se elimina el radical , amplificando la fracción por $\sqrt{2}$

$$\frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Utilizo la propiedad 1
$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2} = \sqrt{4} = 2$

2) $\frac{6}{2+\sqrt{2}}$ Aquí se elimina el radical , amplificando la fracción por $2-\sqrt{2}$, con el propósito de formar una suma por su diferencia: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$\frac{6}{2+\sqrt{2}} = \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{6(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})\ (2-\sqrt{2})} = \frac{6(2-\sqrt{2})}{4-2}$$

$$= 3(2-\sqrt{2})$$

3) $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ Igual que en el ejemplo anterior, se amplifica por $\sqrt{5}+\sqrt{3}$, con el propósito de formar una suma por su diferencia.

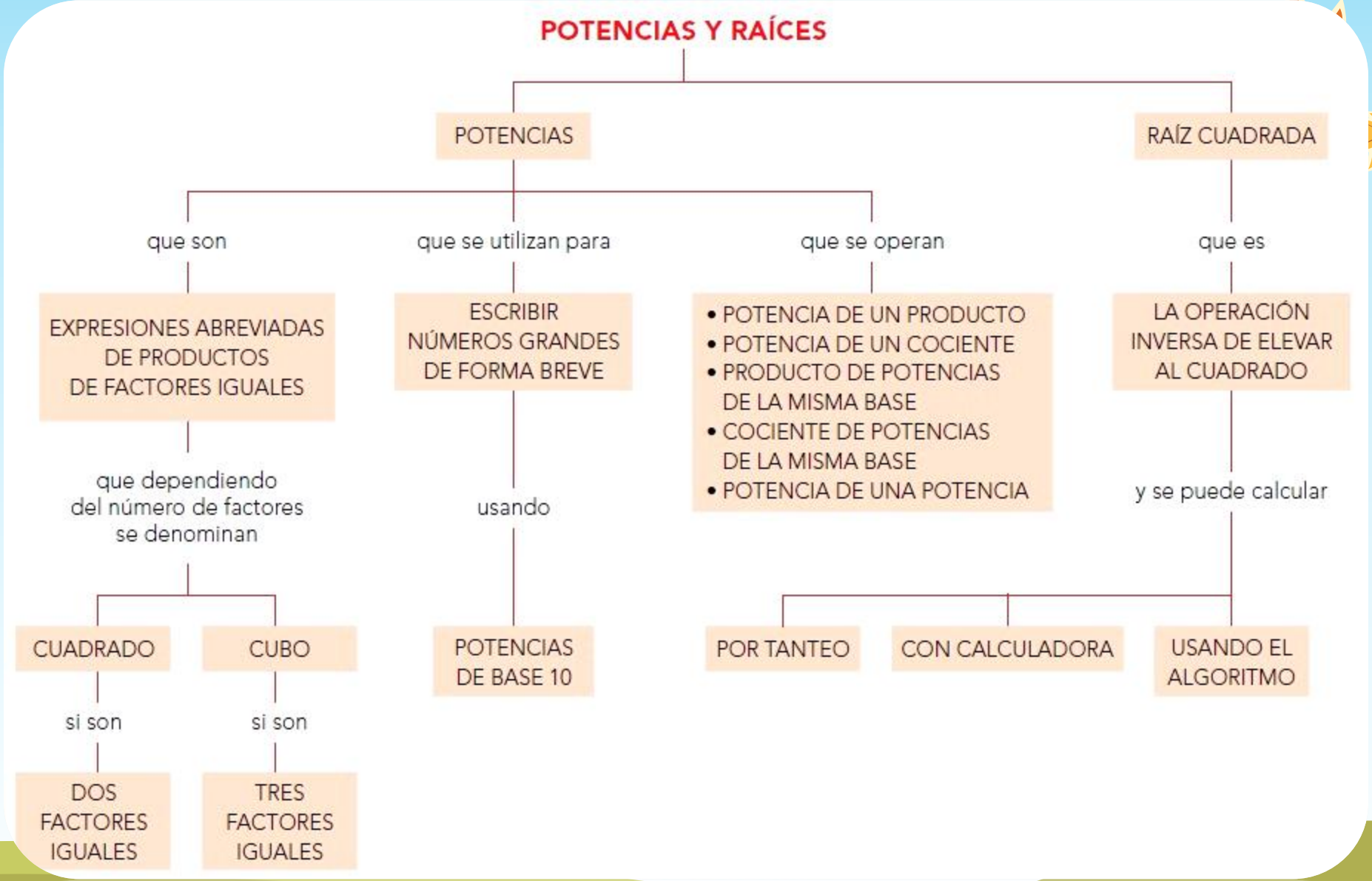
$$\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{4\ (\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{4(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$

$$= 2\ (\sqrt{5}+\sqrt{3})$$

4) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ Se deberá amplificar por $\sqrt[3]{2^2}$, porque: $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2^2} = \sqrt[3]{2^3} = 2$. (prop. 1 y 3)

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \boxed{\sqrt[3]{4}}$$

En Conclusión…



Quédate en casa

Queridos estudiantes ahora nos toca a todos tener paciencia, reflexionar, utilizar nuestros tiempos de manera efectiva en casa, desarrollar habilidades como la autonomía de estudio… También de abrazar a la distancia a quienes queremos y estimamos, por eso, utilizo este medio para enviarles un cariñoso abrazo, y decirles que tengan la convicción que, independientemente del lugar en que estemos, el aprendizaje siempre se está construyendo frente al camino de la superación y la adversidad…

Prof. Sandy Silva Román