San Fernando College
Departamento de Ciencias
Prof. Angela Bustamante – Franco Cabezas – Renata Rojas

GUÍA N°2: RAÍCES

Nombre		Nº de lista
Curso	**Fecha**	
II ° D-E-F	30.03.2020 – 03.04.2020	
Contenidos	**Habilidades**	
Potencias – Números reales	Identificar – Comprender – Aplicar	

Objetivo de aprendizaje

OA1: Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales:
- Utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces.
- Combinando raíces con números racionales
- Resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos.

POTENCIAS

Antes de comenzar, es importante que recuerdes las propiedades de potencia para ello deberás apoyarte en la conceptualización entregada en esta guía.

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Sean $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{R} - \{0\}$ y $\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}$, entonces:

Recuerda que: -2^2 no es lo mismo que $(-2)^2$, ya que, $-2^4 = -16$ y $(-2)^4 = 16$.

PROPIEDAD	FORMA ALGEBRAICA	FORMA SIMBÓLICA
Potencia de exponente cero	$a^0 = 1$	$2^0=1$
Cociente de exponente negativo	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$
Producto de potencias de igual base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$3^3 \cdot 3^2 = 3^{3+2} = 3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$
Cociente de potencias de igual base	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2 = 2 \cdot 2 = 4$
Producto de potencias de igual exponente	$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^n$	$2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$
Cociente de potencias de igual exponente	$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$	$\frac{4^3}{3^3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{64}{27}$
Potencia de una potencia	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6 = 243$

EJERCICIOS PROPUESTOS

Aplique las propiedades de potencias y calcule el valor correspondiente.

1. $-2^3 =$
2. $\left(-\frac{3}{6}\right)^3 =$
3. $\left(3\frac{1}{5}\right)^{-3} =$
4. $(-0{,}5)^{-4} =$
5. $\left(2\frac{3}{5}\right)^0 =$
6. $2^0 - 2^2 + 4^3 - 5^3 =$
7. $(12)^{-3} - (12)^{-3} =$
8. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} + \left(\frac{2}{3}\right)^4 =$
9. $\frac{4^3}{4^8} - (3^5 \cdot 2^5) + (4^3 \cdot 4^{-3}) =$
10. $\left[\left[\left(11\frac{3}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}\right]^0 =$

“Comprender las cosas que nos rodean es la mejor preparación para comprender las cosas que hay más allá”

Hipatia de Alejandría

San Fernando College
Departamento de Ciencias
Prof. Angela Bustamante – Franco Cabezas – Renata Rojas

NÚMEROS REALES

Hasta el momento el conjunto más grande que conocemos es el de los números racionales, el cual contiene a los números naturales, números enteros, fracciones y números decimales (finito, periódico y semiperiodicos) y se define como:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$$

Las raíces exactas también pertenecen a este conjunto, pues, cuando las calculamos obtenemos un número natural, por ejemplo,

$$\sqrt{4} = 2 \qquad \sqrt{9} = 3 \qquad \sqrt{16} = 4$$

Sin embargo, existen raíces que no se pueden calcular de forma exacta, como es el ejemplo del **problema de Pitágoras** donde la hipotenusa del triángulo rectángulo de lado 1 es $\sqrt{\mathbf{2}}$**.** Estas raíces que no se pueden calcular pertenecen a un nuevo conjunto, distinto al de los racionales, **EL CONJUNTO DE LOS IRRACIONALES.** El conjunto de los irracionales se define como aquellos números que no son racionales.

$$\mathbb{I} = \{a \ / \ a \notin \mathbb{Q}\}$$

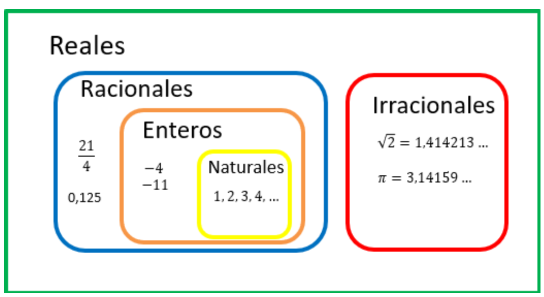
Algunos números irracionales son:

- El número de Euler (**e**) = 2,7182818…
- El número de Pi ($\boldsymbol{\pi}$) = 3,14159265…
- $\sqrt{2}$ = 1,414213…
- $-\sqrt{3} = -1{,}73205 \ldots$
- $\sqrt[3]{7}$ = 1,91293…

La unión de estos conjuntos forma el conjunto de los reales y se denota con la letra $\mathbb{R}$, es decir,

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

Y el diagrama para este conjunto sería:



EJERCICIOS PROPUESTOS

Identifica y marca con una **X** al o los conjunto que pertenece cada uno de los números que se muestran a continuación.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{I}$	$\mathbb{R}$
-15					
$-34{,}1$					
6					
$\sqrt{7}$					
$\sqrt{121}$					
$-\sqrt{5}$					
$0{,}23\overline{14}$					

"Comprender las cosas que nos rodean es la mejor preparación para comprender las cosas que hay más allá"

Hipatia de Alejandría

$\sqrt[n]{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{b}$ se lee como la raíz enésima de $\boldsymbol{a}$ es $\boldsymbol{b}$

Se definirá raíz de la siguiente forma:

Índice de la raíz ← $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ → Raíz enésima de a

Radicando o cantidad subradical

Por ejemplo:

$\sqrt{3}$ se lee la raíz cuadrada de 3 $\quad$ $\sqrt[3]{4}$ se lee la raíz cúbica de 4 $\quad$ $\sqrt[4]{8}$ se lee la raíz cuarta de 8

CLASIFICACIÓN RAÍCES ENÉSIMAS

RAÍCES DE INDICE PAR

Si $\boldsymbol{n}$ es un número entero par positivo y $\boldsymbol{a}$ es un real positivo, entonces, $\sqrt[n]{a} = b$ donde $\boldsymbol{b}$ es cero o un número real positivo. Es decir,

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a, \quad b \geq 0$$

Por ejemplo:

$\sqrt{100} = 10$ $\quad$ $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ $\quad$ $\sqrt[4]{81} = 3$ $\quad$ $\sqrt[6]{64} = 2$

*"Todas estas raíces tienen **índice par** y están **definidas solo** para número positivos y el cero, porque $\sqrt{0} = 0$"*

IMPORTANTE: En la raíz $\sqrt[n]{\boldsymbol{a}}$: si n es <u>par</u> y a es un número real negativo, entonces, $\sqrt[n]{\boldsymbol{a}}$ <u>no</u> es un número real. Por ejemplo, no son números reales: $\sqrt{-9}$ y $\sqrt[4]{-16}$.

RAÍCES DE INDICE IMPAR

Si $\boldsymbol{n}$ es un número entero impar positivo y $\boldsymbol{a}$ es un real cualquiera, entonces $\sqrt[n]{a} = b,$ donde $\boldsymbol{b}$ es un número real cualquiera. Es decir,

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a, \quad b \in \mathbb{R}$$

Por ejemplo:

$\sqrt[3]{27} = 3$ $\quad$ $\sqrt[3]{-27} = -3$ $\quad$ $\sqrt[5]{32} = 2$ $\quad$ $\sqrt[5]{-32} = -2$

*"Si las raíces tienen **índice impar**, se pueden calcular tanto para **número positivos como negativos**"*

EJERCICIOS PROPUESTOS

Determina el valor de las siguientes raíces, aplicando lo aprendido.

1. $\sqrt[3]{64} =$
2. $\sqrt{-4} =$
3. $\sqrt[3]{-512} =$
4. $\sqrt{100} =$
5. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} =$
6. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} =$
7. $\sqrt[4]{625} =$
8. $\sqrt[6]{1} =$
9. $\sqrt{144} =$
10. $\sqrt[3]{-8} =$

"Comprender las cosas que nos rodean es la mejor preparación para comprender las cosas que hay más allá"

Hipatia de Alejandría

San Fernando College
Departamento de Ciencias
Prof. Angela Bustamante – Franco Cabezas – Renata Rojas

IMPORTANTE

RECUERDA RESOLVER LOS EJERCICIOS DE CADA GUÍA EN TU CUADERNO DE FORMA CLARA Y ORDENADA CON LAS ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN CORRESPONDIENTE, TAMBIÉN, PUEDES ARCHIVAR LAS GUÍAS CON SU REPECTIVA RESOLUCIÓN EN UNA CARPETA, ESTOS SE REVISARÁN Y EVALUARÁN EN SU DEBIDO MOMENTO.

NOTA: EVITE USAR CALCULADORA, SIN EL USO DE ELLA PUEDE DESARROLLAR MUCHO MEJOR SUS HABILIDADES MATEMÁTICAS.

SOLUCIONARIO GUIA N°1

ITEM I: Ejercicios combinados

I. $\frac{23}{30}$	II. $\frac{2}{3}$	III. -62	IV. $\frac{1245}{486}$	V. $-\frac{89}{35}$

ITEM II: Resolución de problemas

Problema 1.
Le falta por recorrer 410 kilómetros.

Problema 2.
Doña Anita necesita 21 bolsas para envasar el azúcar.

Problema 3.
El candidato C obtuvo más votos, con un total de 5.500 votantes.
Se abstuvieron de votar 1080 estudiantes.

Problema 4.
El saldo de Francisco después de los movimientos bancarios fue de $118.860.

Problema 5.
La temperatura final que se registró a la medianoche fue -3°C.